ゴウカライズ

数学

2025

大学入試 解答速報

埼玉医科大学

一般選抜(前期)

2/4実施

$\boxed{1}$

次の問い（問 1, 問 2）の各枠に当てはまる記号または数字をマークせよ．

■問 1　関数 $f(x)=e^{x}+3e^{-x}$ は，$x=\dfrac{1}{\boxed{1}}\log\boxed{2}$ のとき，最小値 $\boxed{3}\sqrt{\boxed{4}}$ をとる．

■問 2　複素数平面上において，点 $\alpha=2+i$ を点 $\beta=1-2i$ を中心として $\dfrac{\pi}{4}$ だけ回転させると，点 $\left(\sqrt{\boxed{5}}-\boxed{6}\right)(-1+\boxed{7}i)$ に移る．

$\boxed{2}$

次の文章を読み，後の問（問 1〜3）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ．

座標平面上の原点 O から x 軸の正の方向に 10 m 離れた場所に点 P，O から y 軸の正の方向に 20 m 離れた場所に点 Q がある．その場所から P, Q が同時に動き出し，それぞれ x 軸の負の向き，y 軸の負の向きに一定の速さで移動する．

■問 1　P, Q が同じ速さで移動するとき，P, Q 間の距離が最短となるのは $\boxed{8}\,\boxed{9}$ m 動いたときで，その距離は $\boxed{10}\sqrt{\boxed{11}}$ m である．

■問 2　Q の速さが P の速さ 3 倍のとき，P, Q 間の距離が最短となるのは P が $\boxed{12}$ m 動いたときで，その距離は $\sqrt{\boxed{13}\,\boxed{14}}$ m である．

■問 3　$k>0$ とする．Q の速さが P の速さの k 倍のとき，P, Q 間の距離が最短となるのは P が

$$d=\frac{\boxed{15}\,\boxed{16}\left(\boxed{17}k+1\right)}{k^{\boxed{18}}+\boxed{19}}\ \mathrm{m}$$

だけ動いたときであり，d は

$$k=\frac{-\boxed{20}+\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{22}}$$

で最大となる．

$\boxed{3}$

次の文章を読み，後の問い（問 1〜3）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ．

xy 平面上に点 A$(1, 0)$, B$(0, 1)$, C$(0, -1)$ がある．原点 O を中心とする半径 1 の円弧 AB 上の点 P と点 C を通る直線を ℓ とする．ℓ と x 軸の交点を Q とする．ℓ の傾きを t とする．

■問 1　B と P を通る直線を ℓ' とする．ℓ' の傾きは $\dfrac{\boxed{23}\,\boxed{24}}{t}$ である．

■問 2　A を通り y 軸に平行な直線と ℓ の交点を R とし，x 軸と ℓ' の交点を S とする．$\triangle$PBC と $\triangle$PQS の面積比が $\dfrac{\triangle \mathrm{PBC}}{\triangle \mathrm{PQS}} = 3$ のとき，$t = \sqrt{\boxed{25}}$ である．またこのとき，線分 AR と PS の交点を T とすると，$\angle \mathrm{ATP} = \dfrac{\boxed{26}}{\boxed{27}}\pi$ である．

■問 3　t を問 2 で得られた値とする．このとき線分 PT の長さは $\dfrac{\boxed{28}\sqrt{\boxed{29}} - \boxed{30}}{\boxed{31}}$ である．

$\boxed{4}$

次の文章を読み，後の問い（問 1, 問 2）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ．

10 個の見分けがつかないアメ玉を A，B，C，D，E の 5 人に分配する．分配される数が 0 個の人がいてもよい．

■問 1　5 人に分配する場合の数は全部で
$\boxed{32}\,\boxed{33}\,\boxed{34}\,\boxed{35}$ 通りある

■問 2　整数 k を $0 \leqq k \leqq 10$ とする．A に k 個分配する場合の数は

$$\frac{1}{\boxed{36}}\left(10 - k + \boxed{37}\right)\left(10 - k + \boxed{38}\right)\left(10 - k + \boxed{39}\right)$$

通りある．ただし，$\boxed{37} < \boxed{38} < \boxed{39}$ とする．

$\boxed{1}$

次の問い（問 1, 問 2）の各枠に当てはまる記号または数字をマークせよ．

■問 1　関数 $f(x) = e^x + 3e^{-x}$ は，$x = \dfrac{1}{\boxed{1}} \log \boxed{2}$ のとき，最小値 $\boxed{3}\sqrt{\boxed{4}}$ をとる．

■問 2　複素数平面上において，点 $\alpha = 2 + i$ を点 $\beta = 1 - 2i$ を中心として $\dfrac{\pi}{4}$ だけ回転させると，点 $\left(\sqrt{\boxed{5}} - \boxed{6}\right)(-1 + \boxed{7}i)$ に移る．

$\boxed{1}$ 問1

$f(x) = e^x + 3e^{-x}$

$= \underline{e^x} + \dfrac{3}{\underline{e^x}}$

相加・相乗平均

$\underline{t>0}$

$t + \dfrac{1}{t} \geqq 2\sqrt{t \cdot \dfrac{1}{t}}$

等号成立もちゃんと確認！

$e^x > 0$ より 相加・相乗平均 より

$f(x) = e^x + \dfrac{3}{e^x} \geqq 2\sqrt{\cancel{e^x} \cdot \dfrac{3}{\cancel{e^x}}} = \underline{2\sqrt{3}}$ //

等号成立は $e^x = 3e^{-x}$

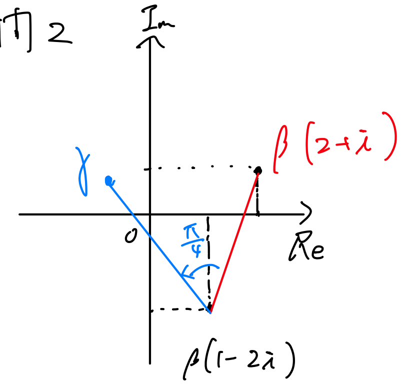
$\Rightarrow e^{2x} = 3$

両辺 自然対数をとると

$\Rightarrow 2x = \log 3$

$\therefore x = \underline{\dfrac{1}{2}\log 3}$ //

問2



$\gamma - \beta = (\alpha - \beta) \cdot \left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow \gamma = 1 - 2i + \{(2+i) - (1-2i)\} \cdot \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}i\right)$

$= 1 - 2i + (1+3i)\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)(1+i)$

$= 1 - 2i + \dfrac{\sqrt{2}}{2}(-2+4i)$

$= 1 - \sqrt{2} + (-2 + 2\sqrt{2})i$

解答欄を予想して $\Downarrow$ $\sqrt{2}-1$ でくくれる！

$= \underline{(\sqrt{2}-1)(-1+2i)}$ //

$\boxed{2}$

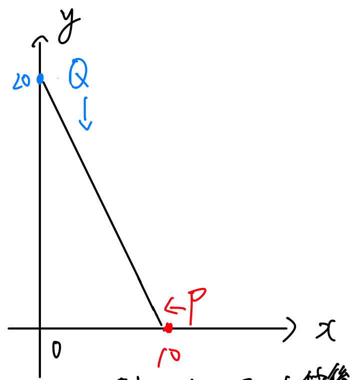
次の文章を読み，後の問（問 1〜3）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ．

座標平面上の原点 O から x 軸の正の方向に 10 m 離れた場所に点 P，O から y 軸の正の方向に 20 m 離れた場所に点 Q がある．その場所から P, Q が同時に動き出し，それぞれ x 軸の負の向き，y 軸の負の向きに一定の速さで移動する．

■問 1　P, Q が同じ速さで移動するとき，P, Q 間の距離が最短となるのは $\boxed{8}\,\boxed{9}$ m 動いたときで，その距離は $\boxed{10}\sqrt{\boxed{11}}$ m である．

■問 2　Q の速さが P の速さ 3 倍のとき，P, Q 間の距離が最短となるのは P が $\boxed{12}$ m 動いたときで，その距離は $\sqrt{\boxed{13}\,\boxed{14}}$ m である．

$\boxed{2}$ 問1



PQは同じ速度で動くので t秒後を

P$(10-t,\ 0)$，Q$(0,\ 20-t)$ $(t \geqq 0)$ とおける

@ハンイ設定を忘れない

PQとQ^2の長さの最小は変わらないため

$PQ^2 = (10-t)^2 + (20-t)^2$

$= 100 - 20t + t^2 + 400 - 40t + t^2$

$= 2t^2 - 60t + 500$

⇓ 平方完成！（定石）

$= 2(t-15)^2 + 50$

$t = 15$ のとき PQ^2 の min は 50

よって PQ の min は $5\sqrt{2}$

問2

Qの速さがPの速さの3倍のとき、t秒後の座標をP$(10-t,\ 0)$ Q$(0,\ 20-3t)$ $(t \geqq 0)$ とおける。

よって

$PQ^2 = (10-t)^2 + (20-3t)^2$

$= 100 - 20t + t^2 + 400 - 120t + 9t^2$

$= 10t^2 - 140t + 500$

⇓ 平方完成!!（定石）

$= 10(t-7)^2 + 10$

$t = 7$ のとき、PQ^2 の min は 10

$\therefore$ $t = 7$ のとき PQ の min $\sqrt{10}$

■問 3　$k>0$ とする．Q の速さが P の速さの k 倍のとき，P, Q 間の距離が最短となるのは P が

$$d=\frac{\boxed{15}\,\boxed{16}\,(\boxed{17}\,k+1)}{k^{\boxed{18}}+\boxed{19}}\ \mathrm{m}$$

だけ動いたときであり，d は

$$k=\frac{-\boxed{20}+\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{22}}$$

で最大となる．

問3　Qの速さが Pの速さのk倍 $(k>0)$
のとき、t秒後の座標は

$P(10-t,\ 0)$，$Q(0,\ 20-kt)$ $(t\geqq 0)$
とおける．

$$PQ^2=(10-t)^2+(20-kt)^2$$
$$=100-20t+t^2+400-40kt+k^2t^2$$
$$=(k^2+1)t^2-20(2k+1)t+500$$

⇓ 平方完成（定石）

$$=(k^2+1)\left\{t-\frac{10(2k+1)}{k^2+1}\right\}^2-\frac{100(2k+1)^2}{k^2+1}+500$$

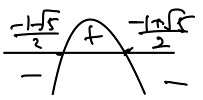
よって $t=\dfrac{10(2k+1)}{k^2+1}$ のとき PQ (PQ^2) は min //

このtを $g(k)$ とおくと．

$$g(k)=\frac{10(2k+1)}{k^2+1}$$ ⇐ この max を求めたい！

⇓ ）分数関数の微分！

$$g'(k)=\frac{10\cdot 2(k^2+1)-2k\cdot 10\cdot(2k+1)}{(k^2+1)^2}$$
$$=\frac{20k^2+20-40k^2-20k}{(k^2+1)^2}$$
$$=\frac{-20(k^2+1-1)}{(k^2+1)^2}$$



$g'(k)=0$ のとき $k=\dfrac{-1\pm\sqrt5}{2}$

k	0	$\cdots$	$\frac{-1+\sqrt5}{2}$	$\cdots$
$g'(k)$		+	0	−
$g(k)$		↗	max	↘

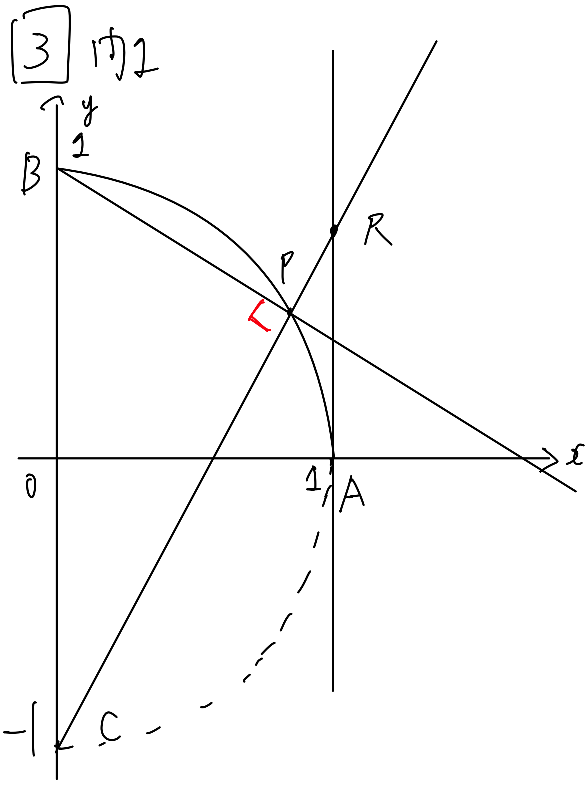
よって $k=\dfrac{-1+\sqrt5}{2}$ のとき max //

$\boxed{3}$

次の文章を読み，後の問い（問 1〜3）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ．

xy 平面上に点 A(1, 0), B(0, 1), C(0, −1) がある．原点 O を中心とする半径 1 の円弧 AB
点 P と点 C を通る直線を ℓ とする．ℓ と x 軸の交点を Q とする．ℓ の傾きを t とする．

■問 1　B と P を通る直線を ℓ' とする．ℓ' の傾きは $\dfrac{\boxed{23}\ \boxed{24}}{t}$ である．



問1　BCを直径とする円上にPがあるから
∠BPCは直角 よって ℓ' は ℓ に垂直であり,
傾きは $-\dfrac{1}{t}$ //

※ Pの座標もなくヒントがないことから、
幾何的にみることに注意しよう!!

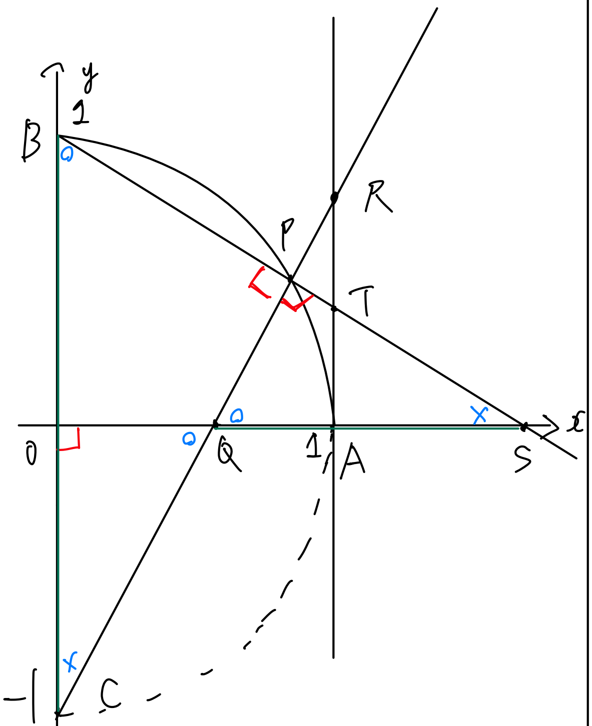
■問 2　A を通り y 軸に平行な直線と ℓ の交点を R とし，x 軸と ℓ' の交点を S とする．△PBC と △PQS の面積比が $\dfrac{\triangle \mathrm{PBC}}{\triangle \mathrm{PQS}} = 3$ のとき，$t = \sqrt{\boxed{25}}$ である．またこのとき，線分 AR と PS の交点を T とすると，$\angle \mathrm{ATP} = \dfrac{\boxed{26}}{\boxed{27}}\pi$ である．

■問 3　t を問 2 で得られた値とする．このとき線分 PT の長さは $\dfrac{\boxed{28}\sqrt{\boxed{29}} - \boxed{30}}{\boxed{31}}$ である．

問2

$\ell : y = tx - 1$, $\ell' = y = -\frac{1}{t}x + 1$ より

点Q$\left(\frac{1}{t}, 0\right)$, 点S$(t, 0)$ であり



上図より △PBC ∽ △PQS

よって $\dfrac{\triangle PBC}{\triangle PQS} = 3$ から相似比は $\sqrt{3} : 1$

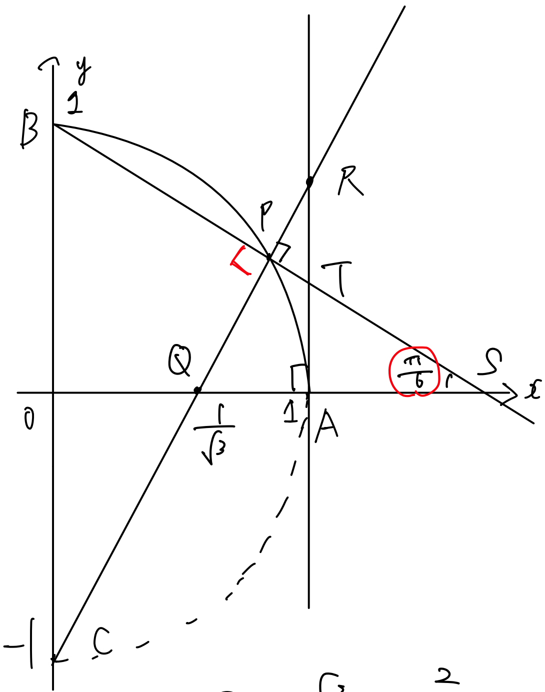
よって $BC : QS = 2 : \left(t - \frac{1}{t}\right) = \sqrt{3} : 1$

$\Rightarrow \sqrt{3}(t^2 - 1) = 2t$

$\Rightarrow (\sqrt{3}t + 1)(t - \sqrt{3}) = 0$

$t > 1$ より $t = \sqrt{3}$, このとき $\angle ATP = \frac{2}{3}\pi$ //

問3



上図より $QS = \sqrt{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow PS = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \cos\dfrac{\pi}{6} = 1$

また $AS = \sqrt{3} - 1$　※三角比を上手に使おう!

$ST = (\sqrt{3} - 1)\dfrac{1}{\cos\frac{\pi}{6}} = \dfrac{2(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3}}$

よって $PT = 1 - \dfrac{2\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{2\sqrt{3} - 3}{3}$ //

$\boxed{4}$

次の文章を読み，後の問い（問 1, 問 2）の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ.

10 個の見分けがつかないアメ玉を A，B，C，D，E の 5 人に分配する．分配される数が 0 個の人がいてもよい.

■問 1　5 人に分配する場合の数は全部で

$\boxed{32}\boxed{33}\boxed{34}\boxed{35}$ 通りある

■問 2　整数 k を $0 \leqq k \leqq 10$ とする．A に k 個分配する場合の数は

$$\frac{1}{\boxed{36}}(10-k+\boxed{37})(10-k+\boxed{38})(10-k+\boxed{39})$$

通りある．ただし，$\boxed{37} < \boxed{38} < \boxed{39}$ とする.

問2

アメ玉 10個を ABCDE で分ける
(0でもよい)

⇓ 言い換えて

☆ 10個の ◯ と その間に 4つ線を入れて並べる通りの数と一緒。

よって $\dfrac{14!}{10!\ 4!}$

$= \dfrac{\cancel{14}^{7}\cdot 13\cdot \cancel{12}\cdot 11\cdot \cancel{10!}}{\cancel{10!}\cdot \cancel{4}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}\cdot 1}$

$= 1001$

1001通り

問2

解方　Aにまず k個分配する　1通り

↓

10−k個を(1)と同じように B, C, D, E に分配する

言い換え

→ 10−k個 の ◯ と 3つの線を並べたときの場合の数

よって $\dfrac{(13-k)!}{(10-k)!\cdot 3!}$

$= \dfrac{(13-k)(12-k)(11-k)\cdot\cancel{(10-k)!}}{6\cdot\cancel{(10-k)!}}$

$= \dfrac{1}{6}(11-k)(12-k)(13-k)$

$= \dfrac{1}{6}(10-k+1)(10-k+2)(10-k+3)$