ゴウカライズ
数学
2025
大学入試 解答速報

聖マリアンナ医科大学
医学部 前期
(2/6実施)

1

a は正の実数, m, n は 2 以上の整数とする. 以下の (1)(2) に対する回答を解答用紙の両方の欄に記入せよ.

(1) $\sqrt[n]{a}$ の定義を述べよ.

(2) 正の実数 b について, $(b^m)^n = b^{mn}$ が成り立つことを用いて, $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ を示せ.

2

3 種類の文字 a, b, c から重複を許して 10 個の文字を選び.

aaaaaaaaaa,　aabbccabcc,　abcbaccabc

のように. 一列に並べたものを単語と呼ぶことにする. 単語について次の条件 (i)〜(iv) を考える.

(i) a を 3 個、b を 4 個、c を 3 個使って作られている.

(ii) 左端の文字は a である.

(iii) 右端の文字は b である.

(iv) 同じ文字が隣り合うことはない.

また, 単語から c をすべて取り除く操作を d で表す. たとえば,

d(aaabbbbccc) = aaabbbb,　d(babacbacbc) = bababab

である. 以下の (1) 〜 (5) の $\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 条件 (i) を満たす単語の個数は $\boxed{\text{ア}}$ 個である。

(2) 条件 (i), (ii) のすべてを満たす単語の個数は $\boxed{\text{イ}}$ 個である。

(3) 条件 (i) 〜 (iii) のすべてを満たす単語の個数は $\boxed{\text{ウ}}$ 個である。

(4) 条件 (i) 〜 (iv) のすべてを満たす単語に操作 d を行う。このとき aabbbab となる単語は $\boxed{\text{エ}}$ 個、ababbab となる単語は $\boxed{\text{オ}}$ 個である。

(5) 条件 (i) 〜 (iv) のすべてを満たす単語の個数を求めると $\boxed{\text{カ}}$ 個である.

$\boxed{3}$

$0 \leqq x \leqq 2\pi$ で定義された関数 $f(x) = 4\sin x + |2\cos 2x + 1|$ に対し、xy 平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。以下の (1) 〜 (4) の $\boxed{\text{キ}}$ 〜 $\boxed{\text{ス}}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) $t = \sin x$ とおき、$f(x)$ を t の式で表す。このとき $f(x) = -4t^2 + 4t + 3$ となる t の範囲を求めると

$$\boxed{\text{キ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{ク}}$$

である.

(2) x が $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲を動くとき、$f(x)$ の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$、最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(3) 直線 $y = 3$ と曲線 C の共有点の個数は $\boxed{\text{サ}}$ 個である。

(4) 直線 $y = k$ と曲線 C の共有点の個数が 6 個であるような k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ケ}} < k < \boxed{\text{ス}}$$

である。

4

座標平面における原点を極, x 軸の正の部分を始線として極座標を定める. 極方程式 $r = \dfrac{2}{1-\sin\theta}$ が定める曲線を C_1, 極方程式 $r = \dfrac{2}{1+\cos\theta}$ が定める曲線を C_2 とする. 以下の (1)〜(3) の $\boxed{\text{セ}}$ 〜 $\boxed{\text{ツ}}$ にあてはまる適切な数または式と (4) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 曲線 C_1, C_2 の交点の座標を求めると, $(r,\ \theta) = (4+2\sqrt{2},\ \boxed{\text{セ}})$, $(4-2\sqrt{2},\ \boxed{\text{ソ}})$ である. ただし, $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ とする.

(2) C_1 を直交座標に関する方程式で表すと

$$y = \boxed{\text{タ}}$$

である.

(3) C_2 を直交座標に関する方程式で表すと

$$x = \boxed{\text{チ}}$$

であり, y を x の式で表すと

$$y = 2\sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \text{ または} y = -2\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる.

(4) 曲線 C_1, C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ. なお解答用紙の所定の欄に計算の過程も記載すること.

$\boxed{1}$

a は正の実数, m, n は 2 以上の整数とする. 以下の (1)(2) に対する回答を解答用紙の両方の欄に記入せよ.

(1) $\sqrt[n]{a}$ の定義を述べよ.

(2) 正の実数 b について, $(b^m)^n = b^{mn}$ が成り立つことを用いて, $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ を示せ.

$\boxed{1}$ (1)

・n が奇数のとき：

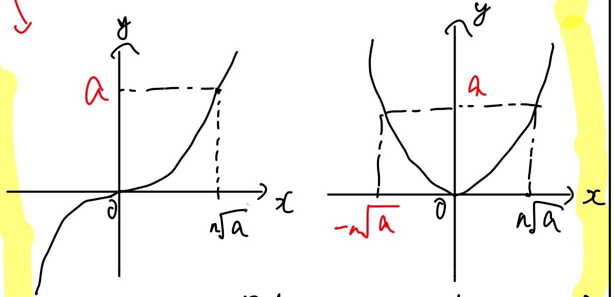
$x^n = a$ の唯一の実数数解が $\sqrt[n]{a}$ である

・n が偶数のとき

$x^n = a$ の実数解のうち正の方を $\sqrt[n]{a}$ とする.

・なぜ偶奇で場合分けするのか？...

偶奇のグラフをかくと



と偶数では $x^n = a$ の解は 2 つあるから.

(2)

(1)より $x^n = a^m$ は

$x = (\sqrt[n]{a})^m$ が実数解であり.

$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ である.

$\boxed{2}$

3 種類の文字 a, b, c から重複を許して 10 個の文字を選び.

aaaaaaaaaa,　aabbccabcc,　abcbaccabc

のように. 一列に並べたものを単語と呼ぶことにする. 単語について次の条件 (i)〜(iv) を考える.

(i) a を 3 個、b を 4 個、c を 3 個使って作られている.

(ii) 左端の文字は a である.

(iii) 右端の文字は b である.

(iv) 同じ文字が隣り合うことはない.

また, 単語から c をすべて取り除く操作を d で表す. たとえば,

d(aaabbbbccc) = aaabbbb,　d(babacbacbc) = bababab

である. 以下の (1) 〜 (5) の $\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 条件 (i) を満たす単語の個数は $\boxed{\text{ア}}$ 個である。

---

(1)

aを3個, bを4個, cを3個 をとるのは確定しているのでその並び方を考えよう!

$$\frac{10!}{3!\,4!\,3!}$$

$$= \frac{\cancel{10}^{5}\cdot\cancel{9}^{3}\cdot 8\cdot 7\cdot\cancel{6}\cdot 5\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 1\cdot\cancel{3\cdot 2\cdot 1}}$$

$= 4200$　　4200個

aaa bbbb ccc

(2) 条件 (i), (ii) のすべてを満たす単語の個数は $\boxed{\text{イ}}$ 個である。

(3) 条件 (i) ～ (iii) のすべてを満たす単語の個数は $\boxed{\text{ウ}}$ 個である。

---

(2)

左端は a である.

残り 9 文字で a が 2 個, b が 4 個, c が 3 個の並び方を考える！

⇓

ⓐ ○○○○○○○○○

{a, a, b, b, b, b, c, c, c} の並び方

$$\frac{9!}{2!4!3!} = \frac{9\cdot \overset{4}{\cancel{8}}\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot 5\cdot \cancel{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{2\cdot 1}\cdot \cancel{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}$$

$$= 9\times 4\times 7\times 5$$

$$= 1260$$

1260個

(3)

左端は a, 右端は b である.

残り 8 文字で a が 2 個, b が 3 個, c が 3 個で並び方を考える！

⇓

ⓐ ○○○○○○○○ ⓑ

{a, a, b, b, b, c, c, c}

⇓

よって

$$\frac{8!}{2!3!3!} = \frac{8\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot 5\cdot \overset{2}{\cancel{4}}\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{2\cdot 1}\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}$$

$$= 8\cdot 7\cdot 5\cdot 2$$

$$= 560$$

560通り

(4) 条件 (i) ～ (iv) のすべてを満たす単語に操作 d を行う。このとき aabbbab となる単語は $\boxed{\text{エ}}$ 個、ababbab となる単語は $\boxed{\text{オ}}$ 個である。

(5) 条件 (i) ～ (iv) のすべてを満たす単語の個数を求めると $\boxed{\text{カ}}$ 個である.

---

d(cを全て取り除く)を行い、

今回は3つのc

⇓

aabbbab になる

※ab はそれぞれ隣り合わないから

⇓

a ⇑ a　b ⇑ b ⇑ b a b

⇑ に c を入れるしかないから 1個

また、d を行って

⇓

a ^ b ^ a ^ b ⇑ b ^ a ^ b となる

※a, b, c はそれぞれとなり合わないから

⇑ には必ず1つ c が入るため.

⇓

⇑ に c を入れてあとは ^ の 5個のうち2ヶ所に c を入れるから

$1 \times {}_5C_2 = 10$　　10個

条件を並べると

i) a を3つ、b を4つ、c を3つ

ii) iii) 左端は a 右端は b である.

iv) 同じ文字が隣り合わない

ここで d を行ったときどうなるかを考える.

⇓

誘導に従おう！

(文字を1つ減らすことでより簡単になる)

⇓

a同士, b同士が何ヶ所隣り合っているかを考える！

⇓

c は3つなので隣り合っているところは3ヶ所 / 1つである.

あとはそれぞれ書き出していくと…

・3ヶ所隣り合うところがあるとき

aaabab b, aabaabb

abaaabb, aaabbab

aabbaab, abbaaab

の6通りでそれぞれ c の入れ方が1通りであるから $6 \cdot 1 = 6$個

・1ヶ所が隣り合うとき

aが2つ
bが3つ

a b a b a b b

a b a b b a b

a b b a b a b

の3通りであって
それぞれに Cの入れ方が6通りあるので

$3 \cdot 10 = \underline{30\text{個}}$

よって

$\underline{6 + 30 = 36\text{個}}$

$\boxed{3}$

$0 \leqq x \leqq 2\pi$ で定義された関数 $f(x) = 4\sin x + |2\cos 2x + 1|$ に対し、xy 平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。以下の (1) ～ (4) の $\boxed{\text{キ}}$～$\boxed{\text{ス}}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) $t = \sin x$ とおき、$f(x)$ を t の式で表す。このとき $f(x) = -4t^2 + 4t + 3$ となる t の範囲を求めると

$$\boxed{\text{キ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{ク}}$$

である.

$t = \sin x$, $0 \leqq x \leqq 2\pi$ とし、

tのハンイを考える

tのハンイは $-1 \leqq t \leqq 1$ である

$f(x) = 4\sin x + |2\cos 2x + 1|$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ より

$= 4\sin x + |2(1 - 2\sin^2 x) + 1|$

$= 4\sin x + |-4\sin^2 x + 3|$

$= 4t + |-4t^2 + 3|$

絶対値を外すために場合分け

i) $-4t^2 + 3 \geqq 0$ ∴ $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq t \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき

$f(x) = 4t + (-4t^2 + 3)$

$= -4t^2 + 4t + 3$ である

ii) $-4t^2 + 3 \leqq 0$ ∴ $-1 \leqq t \leqq -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq t \leqq 1$ のとき

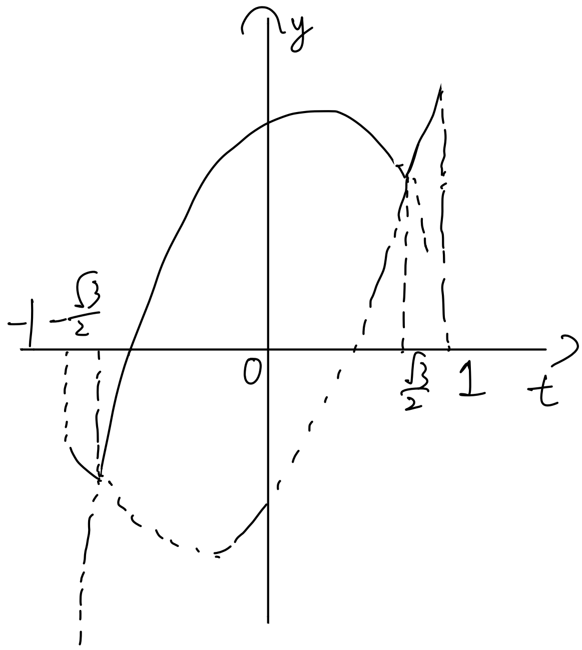
$f(x) = 4t - (-4t^2 + 3)$

$= 4t^2 + 4t - 3$

よって

$f(x) = -4t^2 + 4t + 3$

となる t のハンイは $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq t \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}$



(2) x が $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲を動くとき、$f(x)$ の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$、最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

---

(2) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき

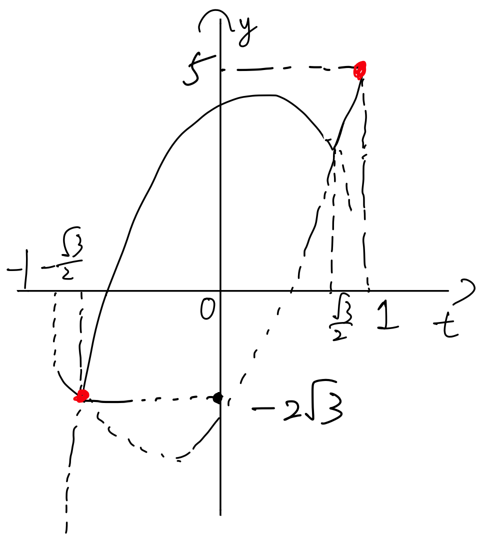
$f(x)$ を $f(t)$ とすると

③ $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq t \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき

$f(t) = -4t^2 + 4t + 3$

① $-1 \leqq t \leqq -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq t \leqq 1$ のとき

$f(t) = 4t^2 + 4t - 3$



ケ, コ max 5
min $-2\sqrt{3}$

//

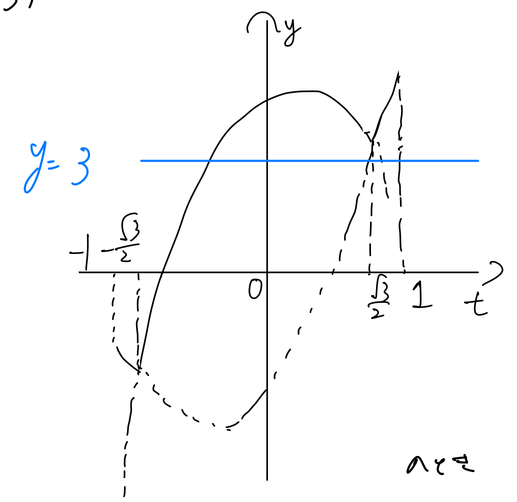
(3) 直線 $y = 3$ と曲線 C の共有点の個数は $\boxed{\text{サ}}$ 個である。

(4) 直線 $y = k$ と曲線 C の共有点の個数が 6 個であるような k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ケ}} < k < \boxed{\text{ス}}$$

である。

(3)

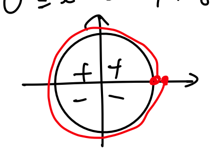


$f(t)=3$ ということは

$f(t)=-4t^2+4t+3=3$ であり

$t=0$ より $\sin x=0$

$0 \leqq x \leqq 2\pi$ より $x=0, \pi, 2\pi$ で

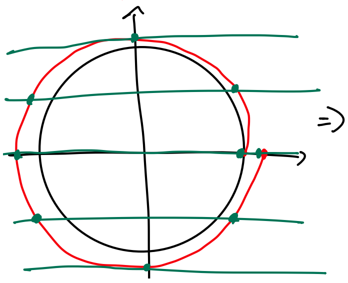


3個

(4)

まず、t と x の対応について考える。

赤が範囲とすると

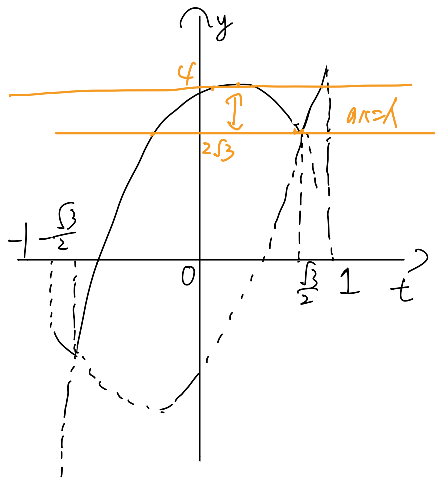


⇒ $t=1$ のとき 1つ
$-1<t<0$, $0<t<1$ のとき 2つ
$t=0$ のとき 3つ
$t=-1$ のとき 1つ

よって

$-1<t<0$, $0<t<1$ のときのグラフと

3つの交点をとるときだから



$\therefore\ 2\sqrt{3} < k < 4$

$\boxed{4}$

座標平面における原点を極，x 軸の正の部分を始線として極座標を定める．極方程式 $r=\dfrac{2}{1-\sin\theta}$ が定める曲線を C_1，極方程式 $r=\dfrac{2}{1+\cos\theta}$ が定める曲線を C_2 とする．以下の (1)〜(3) の $\boxed{\text{セ}}$ 〜 $\boxed{\text{ツ}}$ にあてはまる適切な数または式と (4) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

(1) 曲線 C_1, C_2 の交点の座標を求めると，$(r,\ \theta)=(4+2\sqrt{2},\ \boxed{\text{セ}})$，$(4-2\sqrt{2},\ \boxed{\text{ソ}})$ である．ただし，$0\leqq\theta\leqq 2\pi$ とする．

(2) C_1 を直交座標に関する方程式で表すと

$$y=\boxed{\text{タ}}$$

である．

---

(1)

交点を求めたいので連立すると

$$\frac{2}{1-\sin\theta}=\frac{2}{1+\cos\theta} \quad —①$$

$$\therefore\ 2(1+\cos\theta)=2(1-\sin\theta)$$

$$\therefore\ \sin\theta+\cos\theta=0$$

$\times\dfrac{1}{\cos\theta}$

$$\therefore\ \tan\theta=-1$$

$$\therefore\ \theta=\frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi \quad \left(\text{これらは①をみたす}\right)$$

・$\theta=\frac{3}{4}\pi$ のとき $r=\dfrac{2}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=4+2\sqrt{2}$

・$\theta=\frac{7}{4}\pi$ のとき $r=\dfrac{2}{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}=4-2\sqrt{2}$

$$\therefore\ (r,\theta)=\left(4+2\sqrt{2},\ \frac{3}{4}\pi\right),\ \left(4-2\sqrt{2},\ \frac{7}{4}\pi\right)$$

セ $=\frac{3}{4}\pi$，ソ $=\frac{7}{4}\pi$ //

(2)

$$C_1:\ r=\frac{2}{1-\sin\theta}$$

$$\therefore\ r-r\sin\theta=2$$

$$\therefore\ r=2+r\sin\theta$$

$r^2=x^2+y^2$，$r\sin\theta=y$ を用いて　2乗

$$x^2+y^2=(2+y)^2$$

$$\therefore\ y=\frac{1}{4}x^2-1$$ //

(3) C_2 を直交座標に関する方程式で表すと

$$x = \boxed{\text{チ}}$$

であり, y を x の式で表すと

$$y = 2\sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \text{ または } y = -2\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる.

C_2: $r = \dfrac{2}{1+\cos\theta}$

$\therefore r + r\cos\theta = 2$

$\therefore r = 2 - r\cos\theta$

$r^2 = x^2 + y^2$
$x = r\cos\theta$ を用いて

2乗

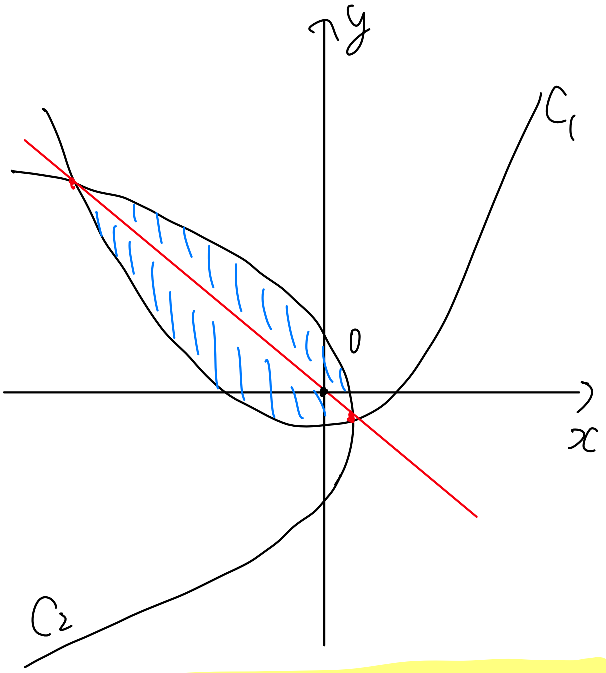
$x^2 + y^2 = (2-x)^2$

$\therefore$ $x = -\frac{1}{4}y^2 + 1$

また $y^2 = 4 - 4x$

$\therefore$ $y = \pm 2\sqrt{1-x}$

(4) 曲線 C_1, C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ．なお解答用紙の所定の欄に計算の過程も記載すること．



① 曲線C_1とC_2で囲まれた部分は $y=-x$ で対称

⇓

求める面積の$\frac{1}{2}$ $=$ C_1と$y=-x$で囲まれた面積

(1)より C_1とC_2の交点は

$(r,\theta)=\left(4+2\sqrt{2}, \frac{3}{4}\pi\right), \left(4-2\sqrt{2}, \frac{7}{4}\pi\right)$ より

直交座標になおしたときのそれぞれのx座標は

$\alpha=(4+2\sqrt{2})\cos\frac{3}{4}\pi = -2-2\sqrt{2}$　$\beta=(4-2\sqrt{2})\cos\frac{7}{4}\pi = -2+2\sqrt{2}$ とすると

$\frac{1}{6}$公式より

$$S_{\frac{1}{2}}=\int_\alpha^\beta\left\{-x-\left(\frac{1}{4}x^2-1\right)\right\}dx$$
$$=-\frac{1}{4}\int_\alpha^\beta(x^2+4x-4)dx$$
$$=-\frac{1}{4}\cdot\int_\alpha^\beta(x-\alpha)(x-\beta)dx$$
$$=-\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot(\beta-\alpha)^3$$
$$=\frac{1}{24}\cdot(4\sqrt{2})^3=\frac{16\sqrt{2}}{3}$$

2倍忘れずに!

よって $S=\frac{32}{3}\sqrt{2}$ //