ゴウカライズ

数学

2025

大学入試 解答速報

岡山理科大学

獣医学部

(1/31実施 一般入試前期A日程)

1

次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{5}-2}$ の整数部分を a、小数部分を b とするとき、$\left(\dfrac{a}{4}\right)^4 - b^2$ の値を求めよ。

(2) 全体集合 U は整数全体の集合とし、U の部分集合 A, B を

$$A = \{p \mid p \text{ は 56 の正の約数}\}$$
$$B = \{q \mid q \text{ は奇数}\}$$

とする。このとき、$A \cap \overline{B}$ を求めよ。

(3) 第 2 項が 6、第 5 項が 162 である等比数列の一般項を求めよ。

2

方程式 $x^2 - 4x + 5 = 0$ の異なる 2 つの解を α, β とするとき、次の値を求めよ。

(1) $\sin(\alpha+\beta)\pi + \cos\alpha\beta\pi$

(2) $\log_{\alpha+\beta}(\alpha^3+\beta^3)$

(3) $\displaystyle\int_0^5 \left| x^2 - (\alpha^2+\beta^2)x + \alpha\beta \right| dx$

3

関数 $f(x) = 12x^3 + 30x^2 + 40x + 11$ について、次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\displaystyle\int f(x)dx$ を求めよ。

(2) 条件「$g'(x) = 2x + 3$ かつ $g(0) = 5$」を満たす関数 $g(x)$ を求めよ。

(3) 条件「$h(0) = 2$ かつ $\dfrac{d}{dx}\{g(x)h(x)\} = f(x)$」を満たす x の整式で表された関数 $h(x)$ を求めよ。ただし、関数 $g(x)$ は (2) で求めたものとする。

1

次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{5}-2}$ の整数部分を a、小数部分を b とするとき、$\left(\dfrac{a}{4}\right)^4 - b^2$ の値を求めよ。

(2) 全体集合 U は整数全体の集合とし、U の部分集合 A, B を

$$A = \{p \mid p \text{ は 56 の正の約数}\}$$
$$B = \{q \mid q \text{ は奇数}\}$$

とする。このとき、$A \cap \overline{B}$ を求めよ。

(3) 第 2 項が 6、第 5 項が 162 である等比数列の一般項を求めよ。

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{5}-2} = \dfrac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$ ← 有理化して計算しやすい形に.

$= 3\sqrt{5} + 6$
$= \sqrt{45} + 6$

ここで,

$6 = \sqrt{36} \leqq \sqrt{45} < \sqrt{49} = 7$

であるから,

$6 + 6 = 12 \leqq \dfrac{3}{\sqrt{5}-2} < 7 + 6 = 13$

となり

実数 α の整数部分が a とは,
$a \leqq \alpha < a+1$
となること.
(ex) 1.5 の整数部分 1 は
$1 \leqq 1.5 < 1+1$
をみたす。ミスはこのようにチェックできる.

$a = 12$
$b = \dfrac{3}{\sqrt{5}-2} - 12 = (3\sqrt{5}+6) - 12 = 3\sqrt{5} - 6$

とわかる.
したがって

$\left(\dfrac{a}{4}\right)^4 - b^2 = 3^4 - (3\sqrt{5}-6)^2$
$= 81 - (45 + 36 - 36\sqrt{5})$
$= 36\sqrt{5}$

$3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ はすでに計算した
それを用いると早い

(2) $n \in A \cap \overline{B}$

集合に属する
条件を書き下す

$\iff$「n は 56の正の約数」かつ「「n は奇数」でない」

$\iff$ n は 56 の正であり偶数の約数

である。

56 の約数は

1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

であるから,

$A \cap \overline{B} = \{2, 4, 8, 14, 28, 56\}$

(3) 求める数列を $\{a_n\}$ とおく.

これは等比数列なので, $a_1 = a$ とすると

$$a_n = a\cdot r^n \quad (a, r : \text{実数})$$

指示はないが実数列だろうと思う.

複素数

一応この場合も書く. (グレーで書く)

と書ける.

与えられた条件より

$$\begin{cases} a_2 = a\cdot r^2 = 6 & \text{—— ①} \\ a_5 = a\cdot r^5 = 162 & \text{—— ②} \end{cases}$$

である.

$$\frac{a_5}{a_2} = r^3 = \frac{162}{6} = 27.$$

②÷① を計算した.
a を消去する考え

より,

$$r = 3,\ 3\omega,\ 3\overline{\omega} \quad \text{—— ③}$$

r が実数なら $r=3$ ときまる.

$$\left(\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \leftarrow 1\text{の原始3乗根} \right)$$

③を①に代入して

$r=3$ のとき $a = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$

$r=3\omega$ のとき $a = \dfrac{6}{9\omega^2} = \dfrac{6\omega}{9\omega^3} = \dfrac{2}{3}\omega$

$r=3\overline{\omega}$ のとき $a = \dfrac{6}{9\overline{\omega}^2} = \dfrac{6}{9(\omega^2)^2} = \dfrac{6}{9\omega} = \dfrac{6\omega^2}{9\omega^3} = \dfrac{2}{3}\omega^2$

$\overline{\omega} = \omega^2$

よって, 一般項は

$$a_n = \underbrace{\frac{2}{3}}_{a}\cdot\underbrace{3^n}_{r^n} = 2\cdot 3^{n-1}$$

$$a_n = \frac{2}{3}\omega\cdot(3\omega)^n = 2\cdot 3^{n-1}\cdot\omega^{n+1}$$

$$a_n = \frac{2}{3}\omega^2\cdot(3\omega^2)^n = 2\cdot 3^{n-1}\cdot\omega^{2n+2}$$

$\boxed{2}$

方程式 $x^2 - 4x + 5 = 0$ の異なる 2 つの解を α, β とするとき、次の値を求めよ。

(1) $\sin(\alpha + \beta)\pi + \cos \alpha\beta\pi$

(2) $\log_{\alpha+\beta}(\alpha^3 + \beta^3)$

(3) $\displaystyle\int_0^5 |x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha\beta|\, dx$

$x^2 - 4x + 5 = 0$ についての解と係数の関係から

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 4 \\ \alpha\beta = 5 \end{cases}$$

が得られる。

(1)

$$\begin{aligned} &\sin((\alpha+\beta)\pi) + \cos(\alpha\beta\pi) \\ &= \sin(4\pi) + \cos(5\pi) \\ &= 0 + (-1) \\ &= -1 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta) \\ &= 4^3 - 3\cdot5\cdot4 \\ &= 4\cdot(16-15) \\ &= 4 \end{aligned}$$

← 対称式は基本対称式で表せる。

なので

$$\log_{\alpha+\beta}(\alpha^3+\beta^3) = \log_4 4 = 1$$

(3)

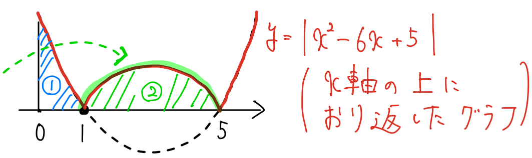
$$\begin{aligned} \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 4^2 - 2\cdot5 \\ &= 6 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} &\int_0^5 |x^2 - (\alpha^2+\beta^2)x + \alpha\beta|\,dx \\ &= \int_0^5 |x^2 - 6x + 5|\,dx \\ &= \underbrace{\int_0^1 (x^2-6x+5)\,dx}_{①} \\ &\quad + \underbrace{\int_1^5 \{-(x-1)(x-5)\}\,dx}_{②} \end{aligned}$$

← $\frac{1}{6}$公式が使える。

$y = x^2 - 6x + 5 = (x-5)(x-1)$



斜線部の面積が求める定積分の値

この部分は $y = -(x^2 - 6x + 5)$ のグラフ

$$= \left[\frac{1}{3}x^2 - 3x^2 + 5x \right]_0^1 + \frac{1}{6}(5-1)^3$$

$$= \frac{1}{3} - 3 + 5 + \frac{1}{6} \cdot 4^3$$

$$= \frac{1}{3}(1 + 6 + 32)$$

$$= \frac{39}{3}$$

$$= 13$$

$\boxed{3}$

関数 $f(x) = 12x^3 + 30x^2 + 40x + 11$ について、次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int f(x)dx$ を求めよ。

(2) 条件「$g'(x) = 2x + 3$ かつ $g(0) = 5$」を満たす関数 $g(x)$ を求めよ。

(3) 条件「$h(0) = 2$ かつ $\frac{d}{dx}\{g(x)h(x)\} = f(x)$」を満たす x の整式で表された関数 $h(x)$ を求めよ。ただし、関数 $g(x)$ は (2) で求めたものとする。

(1)
$$\int (12x^3 + 30x^2 + 40x + 11)dx$$
$$= \frac{12}{4}x^4 + \frac{30}{3}x^3 + \frac{40}{2}x^2 + 11x + C$$
$$= 3x^4 + 10x^3 + 20x^2 + 11x + C \quad (C:定数)$$

(2)
$$g'(x) = 2x + 3$$
より
$$g(x) = \int g'(x)\,dx = x^2 + 3x + C \quad —① \quad (C:定数)$$
となる.
$$g(0) = C = 5$$
なので
$$g(x) = x^2 + 3x + 5$$

(3)
$$\frac{d}{dx}(g(x)h(x)) = f(x)$$
の不定積分を考えて ← g(x) は既知だが h(x) は未知なん.微分のままではわからない
$$g(x)h(x) = \int f(x)dx$$
$$\underset{\uparrow (1)}{=} 3x^4 + 10x^3 + 20x^2 + 11x + C \quad (C:定数)$$
$x = 0$ を代入して.
$$C = g(0)h(0) = \underbrace{5}_{g(x)は2で求めた} \cdot 2 = 10$$

したがって,
$$h(x) = \frac{3x^4 + 10x^3 + 20x^2 + 11x + 10}{x^2 + 3x + 5}$$
$$= \frac{(x^2 + 3x + 5)(3x^2 + x + 2)}{x^2 + 3x + 5}$$
$$= \underline{3x^2 + x + 2}$$