ゴウカライズ

数学

2025

大学入試 解答速報

酪農学園大学

獣医学類

(2/4実施)

ゴウカライズ
オンライン大学受験総合合格プロジェクト

ゴウカライズVET HP

公式LINE 無料相談実施中

獣医学部受験なら
ゴウカライズVET

1

次の各問いに答えよ．

(1) $\left(a+\dfrac{2}{a}\right)^7$ の展開式における，a^3 の項の係数を求めよ．

(2) $\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ とする．$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，$\cos\theta-\sin\theta$ の値を求めよ．

(3) r, a, k, u, n, o の 6 文字を全部使ってできる文字列を，アルファベット順の辞書式に並べるとき，rakuno は何番目にあるか答えよ．

(4) 2^{50} は何桁の整数か答えよ．ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする．

(5) 2 つの放物線 $y=2x^2-4x+1, y=-x^2-8x+2$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

(6) 初項 2，公比 3 の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，$S_{30}-81S_{26}$ を求めよ．

2

次の 2 問のうちどちらか 1 問を選択して解答せよ．解答用紙には選択した問題の番号を記入せよ．

■2-1. 確率変数 X は区間 $0 \leqq X \leqq 4$ の任意の値をとる．また，X の確率密度関数は $f(x)=-kx^2+4kx$ (k は正の定数) である．このとき次の各問いに答えよ．

(1) k の値を求めよ．

(2) 確率 $P(3 \leqq X)$ を求めよ．

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ．

■2-2. 平行四辺形 ABCD がある．辺 BC, CD を 1 : 2 に内分する点をそれぞれ E, F とし，線分 AE, AF と対角線 BD との交点をそれぞれ P, Q とする．$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{x}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{y}$ とする．次の各問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}, \overrightarrow{\mathrm{AF}}$ をそれぞれ $\vec{x}, \vec{y}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}, \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ をそれぞれ $\vec{x}, \vec{y}$ を用いて表せ．

(3) BP : PQ : QD を求めよ．

公式LINE
ゴウカライズVET HP
獣医学部受験ならゴウカライズ VET
公式 LINE (こちら) で無料相談受付中！
公式 𝕏 (@goukalize) では解答速報公開中！

$\boxed{3}$

a は定数とする．2 曲線 $C_1 : y = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 2$, $C_2 : y = 2x^2 + a$ が，x 座標が正である点で接している．このとき，

(I) 定数 a の値

(II) C_1, C_2 で囲まれた図形の面積

を求めたい．次の文章中の空欄 (1) と (2) には選択肢ア～カからそれぞれ 1 つずつ選び，それ以外の空欄には式または値を入れよ．

(I) 一般に，2 曲線 $y = f(x), y = g(x)$ が接するための条件は，1 点を共有し，かつその点における接線の傾きが一致することである．これは，接点の x 座標を p とすると，$f(p), f'(p), g(p), g'(p)$ を用いて次のように表される．

$$\boxed{(1)} \cdots ① \quad \text{かつ} \quad \boxed{(2)} \cdots ②$$

(1) と (2) の選択肢：

ア．$f(p) = g'(p)$　イ．$g(p) = g'(p)$　ウ．$f(p) = g(p)$

エ．$f'(p) = g(p)$　オ．$f'(p) = g'(p)$　カ．$f(p) = f'(p)$

$f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 2, \quad g(x) = 2x^2 + a$ とすると，

$$f'(x) = \boxed{(3)}, \quad g'(x) = \boxed{(4)}.$$

となる．

C_1, C_2 について，①，② は p の方程式として，

$$\boxed{(5)} \cdots ③ \quad \text{かつ} \quad \boxed{(6)} \cdots ④$$

と表される．

④より，$p > 0$ であるから $p = \boxed{(7)}$ が得られる．

このとき③より $a = \boxed{(8)}$ となる．

(II) C_1, C_2 の共通点の x 座標を求める．$f(x) = g(x)$ より，x に関する 3 次方程式が得られる．これを解くと，接点以外の共有点の x 座標は $x = \boxed{(9)}$ となる．

C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積は $\boxed{(10)}$ となる．

公式LINE
ゴウカライズVET HP
獣医学部受験ならゴウカライズ VET
公式 LINE (こちら) で無料相談受付中！
公式 𝕏 (@goukalize) では解答速報公開中！

1

次の各問いに答えよ.

(1) $\left(a+\frac{2}{a}\right)^7$ の展開式における，a^3 の項の係数を求めよ.

(2) $\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ とする．$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，$\cos\theta-\sin\theta$ の値を求めよ.

(3) r, a, k, u, n, o の 6 文字を全部使ってできる文字列を，アルファベット順の辞書式に並べるとき，rakuno は何番目にあるか答えよ.

(4) 2^{50} は何桁の整数か答えよ．ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする.

(5) 2 つの放物線 $y=2x^2-4x+1, y=-x^2-8x+2$ で囲まれた図形の面積を求めよ.

(6) 初項 2，公比 3 の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，$S_{30}-81S_{26}$ を求めよ.

(1) $\left(a+\frac{2}{a}\right)^7 = \sum_{k=0}^{7} {}_7C_k \cdot a^k \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^{7-k}$ ← 二項定理で展開

$= \sum_{k=0}^{7} {}_7C_k \cdot 2^{7-k} \cdot a^{2k-7}$ より $2k-7=3$ ∴ $k=5$ のときの ${}_7C_k \cdot 2^{7-k}$ が求める答で、

${}_7C_2 \cdot 2^2 = \frac{7\cdot6}{2}\cdot 4 = 84$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を利用する。

対称式の形

$$\begin{cases}\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{\sqrt3}\\ \sin^2\theta+\cos^2\theta=1\end{cases} \quad ∴ \begin{cases}\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{\sqrt3}\\ (\sin\theta+\cos\theta)^2-2\cos\theta\sin\theta=1\end{cases} \quad ∴ \begin{cases}\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{\sqrt3}\\ 2\cos\theta\sin\theta=-\frac23\end{cases}$$

$\cos\theta-\sin\theta<0$ に注意して

$\cos\theta-\sin\theta = -\sqrt{(\cos\theta-\sin\theta)^2} = -\sqrt{(\sin\theta+\cos\theta)^2-4\sin\theta\cos\theta} = -\sqrt{\frac13+\frac43} = -\sqrt{\frac53} = -\frac{\sqrt{15}}{3}$

(3) 順に並べると a k n o r u　a, k, n, o から始まるパターンは $4\times5!=480$ 個ある　r から始まるもので辞書順に並べると

raknou　raknuo　rakonu　rakoun　rakuno　より　$480+5=485$ 番目

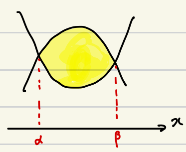
(4) 2^{50} を n 桁の整数とすると、

$10^{n-1} \leqq 2^{50} < 10^n$ である ← 定義

∴ $n-1 \leqq 50\log_{10}2 = 50\times0.3010 = 15.05 < n$

より、$n=16$ であるので 2^{50} は 16桁

(5)



$2x^2-4x+1=-x^2-8x+2$

∴ $3x^2+4x-1=0$

この2解を α, β ($\alpha<\beta$) とすると 解と係数の関係より

$\alpha+\beta=-\frac43$　$\alpha\beta=-\frac13$ −(*)

$\frac16$公式

この面積は $\int_\alpha^\beta -(3x^2+4x-1)\,dx = -\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)\,dx = \frac16(\beta-\alpha)^3$

(*) より $(\beta-\alpha)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=\frac{16}{9}+\frac43=\frac{28}{9}$　∴ $\beta-\alpha=\frac23\sqrt7$ より $S=\frac16\left(\frac23\sqrt7\right)^3=\frac16\cdot\frac{8}{27}\cdot7\sqrt7=\frac{28}{81}\sqrt7$

(6) $S_n=\sum_{k=1}^{n}2\cdot3^{k-1}=2\cdot\frac{3^n-1}{3-1}=3^n-1$

より $S_{30}-81S_{26}=(3^{30}-1)-3^4(3^{26}-1)$

$=\cancel{3^{30}}-1-\cancel{3^{30}}+3^4$

$=80$

公式LINE
ゴウカライズVET HP
獣医学部受験ならゴウカライズ VET
公式 LINE (こちら) で無料相談受付中！
公式 𝕏 (@goukalize) では解答速報公開中！

2

次の 2 問のうちどちらか 1 問を選択して解答せよ．解答用紙には選択した問題の番号を記入せよ．

■2-1. 確率変数 X は区間 $0 \leqq X \leqq 4$ の任意の値をとる．また，X の確率密度関数は $f(x) = -kx^2 + 4kx$ (k は正の定数) である．このとき次の各問いに答えよ．

(1) k の値を求めよ．

(2) 確率 $P(3 \leqq X)$ を求めよ．

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ．

(1) 確率の合計は 1 なので $\int_0^4 f(x)\,dx = 1$

$\therefore \int_0^4 -kx(x-4)\,dx = \frac{k}{6}\cdot 4^3 = 1 \quad \therefore k = \frac{3}{32}$

(2) $P(3 \leqq X) = \int_3^4 \frac{3}{32}(-x^2+4x)\,dx$

$= \frac{3}{32}\left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_3^4 = \frac{3}{32}\left\{\left(32-\frac{64}{3}\right)-(18-9)\right\}$

$= \frac{3}{32}\left(\frac{32-27}{3}\right) = \frac{5}{32}$

(3) $E(X) = \int_0^4 x f(x)\,dx$ より

$E(X) = \int_0^4 (-kx^3 + 4kx^2)\,dx$

$= \left[-\frac{k}{4}x^4 + \frac{4}{3}kx^3\right]_0^4 = -64k + \frac{256}{3}k = \frac{64}{3}k = \frac{64}{3}\cdot\frac{3}{32} = 2$

公式LINE
ゴウカライズVET HP
獣医学部受験ならゴウカライズ VET
公式 LINE (こちら) で無料相談受付中！
公式 𝕏 (@goukalize) では解答速報公開中！

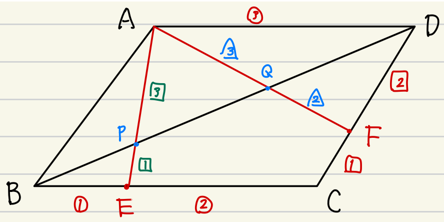
■2-2. 平行四辺形 ABCD がある．辺 BC, CD を 1 : 2 に内分する点をそれぞれ E, F とし，線分 AE, AF と対角線 BD との交点をそれぞれ P, Q とする．$\overrightarrow{AB} = \vec{x}, \overrightarrow{AD} = \vec{y}$ とする．次の各問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}$ をそれぞれ $\vec{x}, \vec{y}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AQ}$ をそれぞれ $\vec{x}, \vec{y}$ を用いて表せ．

(3) BP : PQ : QD を求めよ．

(1)



$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ← $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$ ゆえ．

$= \vec{x} + \frac{1}{3}\vec{y}$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{2}{3}\vec{x} + \vec{y}$

(2) 幾何的な考察がはやい．

$\overrightarrow{AP}$について、△APD ∽ △EPB より．AP : EP = AD : EB = 3 : 1 より $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\left(\vec{x} + \frac{1}{3}\vec{y}\right) = \frac{3}{4}\vec{x} + \frac{1}{4}\vec{y}$

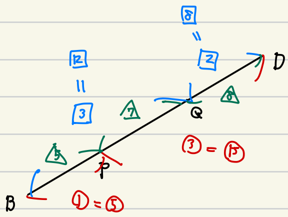
$\overrightarrow{AQ}$について、△AQB ∽ △FQD より AQ : FQ = AB : FD = 3 : 2 より $\overrightarrow{AQ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AF} = \frac{3}{5}\left(\frac{2}{3}\vec{x} + \vec{y}\right) = \frac{2}{5}\vec{x} + \frac{3}{5}\vec{y}$

(3) 同様に幾何的考察がはやい．

(2) より $\begin{cases} BP : PD = 1 : 3 \\ BQ : QD = 3 : 2 \end{cases}$ より

右図を参照して、

BP : PQ : QD = 5 : 7 : 8



$\boxed{3}$

a は定数とする．2 曲線 $C_1 : y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 2$, $C_2 : y = 2x^2 + a$ が，x 座標が正である点で接している．このとき，

(I) 定数 a の値

(II) C_1, C_2 で囲まれた図形の面積

を求めたい．次の文章中の空欄 (1) と (2) には選択肢ア～カからそれぞれ 1 つずつ選び，それ以外の空欄には式または値を入れよ．

(I) 一般に，2 曲線 $y = f(x), y = g(x)$ が接するための条件は，1 点を共有し，かつその点における接線の傾きが一致することである．これは，接点の x 座標を p とすると，$f(p), f'(p), g(p), g'(p)$ を用いて次のように表される．

$$\boxed{(1)} \cdots ① \quad かつ \quad \boxed{(2)} \cdots ②$$

(1) と (2) の選択肢：
ア．$f(p) = g'(p)$　イ．$g(p) = g'(p)$　ウ．$f(p) = g(p)$
エ．$f'(p) = g(p)$　オ．$f'(p) = g'(p)$　カ．$f(p) = f'(p)$

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 2$,　$g(x) = 2x^2 + a$ とすると，

$$f'(x) = \boxed{(3)}, \quad g'(x) = \boxed{(4)}.$$

となる．
C_1, C_2 について，①，② は p の方程式として，

$$\boxed{(5)} \cdots ③ \quad かつ \quad \boxed{(6)} \cdots ④$$

と表される．
④より，$p > 0$ であるから $p = \boxed{(7)}$ が得られる．
このとき③より $a = \boxed{(8)}$ となる．

(II) C_1, C_2 の共通点の x 座標を求める．$f(x) = g(x)$ より，x に関する 3 次方程式が得られる．
これを解くと，接点以外の共有点の x 座標は $x = \boxed{(9)}$ となる．
C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積は $\boxed{(10)}$ となる．

(I) $\begin{cases} f(p) = g(p) & -① \\ f'(p) = g'(p) & -② \end{cases}$ が必要．

ここで $f'(x) = x^2 + 2x - 3$　$g'(x) = 4x$ であり

①②は

$\begin{cases} \frac{1}{3}p^3 + p^2 - 3p - 2 = 2p^2 + a & -③ \\ p^2 + 2p - 3 = 4p & -④ \end{cases}$ となり．

④より $p^2 - 2p - 3 = 0$　$\therefore (p-3)(p+1) = 0$　$\therefore p = -1, 3$　$p > 0$ より $p = 3$

これを③に代入して

$9 + \cancel{9} - \cancel{9} - 2 = 18 + a$　$\therefore a = -11$

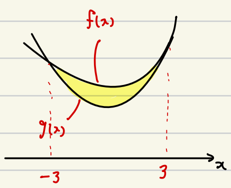
(II) (I)の下で $f(x) = g(x)$　$\therefore \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 2 = 2x^2 - 11$

$\therefore \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 9 = 0$　$x=3$ で接するので $(x-3)^2$ でわれる!

$\therefore x^3 - 3x^2 - 9x + 27 = 0$

$\therefore (x-3)^2(x+3) = 0$　より 接点以外の x 座標は -3

$-3 \leqq x \leqq 3$ で $f(x) \geqq g(x)$ より，面積は



$S = \int_{-3}^{3} (f(x) - g(x))\,dx$

$= \int_{-3}^{3} \frac{1}{3}(x-3)^2(x+3)\,dx$　$x-3$ のカタマリをつくる．

$= \frac{1}{3}\int_{-3}^{3} (x-3)^2(x-3+6)\,dx$

$= \frac{1}{3}\int_{-3}^{3} \{(x-3)^3 + 6(x-3)^2\}\,dx$

$= \frac{1}{3}\left[\frac{1}{4}(x-3)^4 + 2(x-3)^3\right]_{-3}^{3} = \frac{1}{3}\left(0 - \frac{1}{4} \times 6^4 + 2 \times 6^3\right) = \frac{1}{3}(432 - 324)$

$= \frac{1}{3} \times 108 = 36$

公式LINE
ゴウカライズVET HP
獣医学部受験ならゴウカライズ VET
公式 LINE（こちら）で無料相談受付中！
公式 𝕏（@goukalize）では解答速報公開中！