ゴウカライズ

数学

2025

大学入試 解答速報

日本獣医生命科学大学
一般選抜 第一回
(2/5実施)

ゴウカライズ
オンライン大学受験総対合格プロジェクト

$\boxed{1}$

AB $= 3$, AC $= 4$ である三角形 △ABC において、辺 BC の中点を M とする。また、辺 AB の B の側への延長上に点 P をとり、直線 PM と辺 AC の交点を Q とする。

次の問い（問 1〜問 3）のそれぞれの枠に当てはまる数字（0〜9）をマークせよ。

■問 1　BC $= \sqrt{17}$ のとき

$$\cos A = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad (\triangle\text{ABC の面積}) = \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

■問 2　BP $=$ CQ のとき、線分 AP と AQ, PM と QM の長さの比を最も簡単な自然数の比として表すと

$$\text{AP} : \text{AQ} = \boxed{\text{オ}} : \boxed{\text{カ}},\quad \text{PM} : \text{QM} = \boxed{\text{キ}} : \boxed{\text{ク}}$$

となる。また、AP $= \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

■問 3　問 1 の条件と問 2 の条件がともに成り立つとき、

$$(\triangle\text{CMQ の面積}) = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

$\boxed{2}$

次の 2 つの条件を満たす 3 次関数 $y = f(x)$ のグラフを C とする。

- 導関数は $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ である。
- 極小値は 0 である。

次の問い（問 1〜問 2）のそれぞれの枠に当てはまる数字（0〜9）をマークせよ。

■**問 1** $f(x)$ が極小値をとるときの x の値は $\boxed{\text{ア}}$ であり、

$$(f(x) \text{ の極大値}) = \boxed{\text{イ}}$$

である。また、C と x 軸で囲まれる図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

■**問 2** C 上の点 $\mathrm{A}(t, f(t))$ での接線を ℓ とし、ℓ と C の A 以外の共有点を $(s, f(s))$ とすると

$$s = \boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\,t$$

である。

t が変化するとき、$0 < t < s$ であるのは $\boxed{\text{ク}} < t < \boxed{\text{ケ}}$ のときである。このとき、C の $x \leqq t$ の部分と ℓ と y 軸で囲まれた図形の面積を S とすると、

$$S = \boxed{\text{コ}}\,t^3 - \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\,t^4$$

である。

$\boxed{3}$

実数 x, y に関する 2 つの条件

$$P(x,y) : x+2y-12 \leqq 0 \quad \text{かつ} \quad 2x-y-9 \leqq 0 \quad \text{かつ} \quad x \geqq 0 \quad \text{かつ} \quad y \geqq 0$$
$$Q(x,y) : (x-a)^2+(y-b)^2 \leqq r^2$$

がある。ただし、a, b, r は実数の定数であり、$r \geqq 0$ とする。

次の問い（問 1〜問 3）のうち、問 1 は結果のみを図示し、問 2 と問 3 は結果のみでなく説明をつけて答えよ。

■問 1　条件 $P(x,y)$ を満たす (x,y) 集合を xy 平面上の領域として図示せよ。

■問 2　命題「 $P(x,y)$ ならば $Q(x,y)$」が真となる a, b, r を考える。r が最小値をとるときの a, b の値を求めよ。

■問 3　$b=3,\ r=1$ とする。命題「$Q(x,y)$ ならば $P(x,y)$」が真であるような a の値の範囲を求めよ。

4

寒冷地に棲む恒温動物は温暖地に棲む同類の別種より体が大きい傾向があり、発見者にちなみベルクマンの規則と呼ばれる。これは「体重あたりの表面積を小さくすることで体熱発散を抑くための適応」と説明されている。

ここで、クマの棲息緯度（北緯、これを x とする）と体重（kg、これを y とする）の関係について以下のデータをもとに解析しよう。

番号	動物種	x	y	x^2	y^2	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
1	マレーグマ	12	52	144	2704	-28	-138	3864
2	ツキノワグマ	36	88	1296	7744	-4	-102	408
3	ヒグマ	44	184	1936	33856	4	-6	-24
4	ホッキョクグマ	68	436	4624	190096	28	246	6888
合計		160	760	8000	234400	0	0	11136
平均値		40	190	2000	58600	0	0	2784

（$\bar{x}, \bar{y}$ はそれぞれの平均値）

次の問い（問 1〜問 2）には、結果のみでなく説明も付けて答えよ。

■問 1 棲息緯度と体重の相関係数を求めよ。

■問 2 棲息緯度を x 軸に、体重を y 軸にとり、両者の関係を表すのに最もよく当てはまる直線を $y = ax + b$ とする。ここで、「最もよく当てはまる」とは以下のことを指すものとする。

x と y のデータの組 $(x_i, y_i)(i = 1, 2, \cdots, n)$ に対し、実際のデータと 関数 $y = ax + b$ から推測される値との差を残差と呼び、残差の 2 乗の総和を S とする。すなわち、

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2 \quad \cdots \quad (*)$$

このとき、S が最小になるように a, b を定める。

(1) $(*)$ において a を固定して b を動かす場合、S が最小になるのは b が等式

$$\bar{y} = a\bar{x} + b$$

を満たすときであることを示せ。

(2) クマに関するデータで、x と y の関係を表すのに最もよく当てはまる直線を $y = ax + b$ とするとき、a, b の値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{1}$

AB = 3, AC = 4 である三角形 △ABC において、辺 BC の中点を M とする。また、辺 AB の B の側への延長上に点 P をとり、直線 PM と辺 AC の交点を Q とする。

次の問い（問 1〜問 3）のそれぞれの枠に当てはまる数字（0〜9）をマークせよ。

■問 1 BC = $\sqrt{17}$ のとき

$$\cos A = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}},\quad (\triangle \mathrm{ABC}\ の面積) = \boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}$$

である。

■問 2 BP = CQ のとき、線分 AP と AQ, PM と QM の長さの比を最も簡単な自然数の比として表すと

$$\mathrm{AP} : \mathrm{AQ} = \boxed{オ} : \boxed{カ},\quad \mathrm{PM} : \mathrm{QM} = \boxed{キ} : \boxed{ク}$$

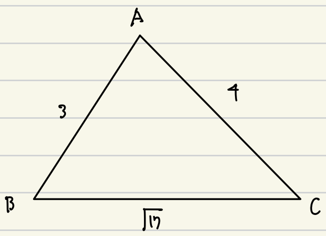
となる。また、AP = $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である。

■問 3 問 1 の条件と問 2 の条件がともに成り立つとき、

$$(\triangle \mathrm{CMQ}\ の面積) = \frac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$$

$\boxed{1}$

問1



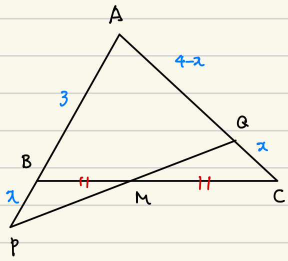
余弦定理より

$$\cos A = \frac{3^2+4^2-17}{2\cdot 3\cdot 4} = \frac{1}{3}$$

$\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ より、

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times AB\times AC\times \sin\angle A = \frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{3}\times 4\times\frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{3}} = 4\sqrt{2}$$

問2



BP = CQ = x とすると、メネラウスの定理より、

$$\frac{CQ}{QA}\times\frac{AP}{PB}\times\frac{BM}{CM} = 1$$

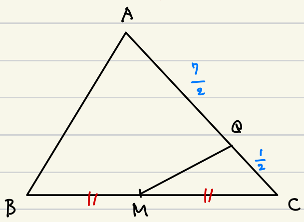
$$\therefore\ \frac{\cancel{x}}{4-x}\times\frac{3+x}{\cancel{x}} = 1\quad \therefore\ 3+x = 4-x\quad \therefore\ x = \frac{1}{2}$$

より $AP = 3+x = \dfrac{7}{2}$　$AQ = 4-x = \dfrac{7}{2}$ より $AP : PQ = 1:1$

また同じくして

$$\frac{\cancel{PB}}{BA}\times\frac{AC}{\cancel{CQ}}\times\frac{QM}{MP} = 1\quad \therefore\ 4QM = 3PM\quad \therefore\ PM : QM = 4:3$$

問3 比を用いるのが一番はやい。



$$\begin{aligned}\triangle ABC : \triangle CMQ &= CA\times CB : CQ\times CM\\ &= 4\times 2\sqrt{17} : \frac{1}{2}\times\sqrt{17}\\ &= 16:1\end{aligned}$$

よって $\triangle CMQ = \dfrac{1}{16}\triangle ABC = \dfrac{1}{16}\times 4\sqrt{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$\boxed{2}$

次の 2 つの条件を満たす 3 次関数 $y = f(x)$ のグラフを C とする。

- 導関数は $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ である。
- 極小値は 0 である。

次の問い（問 1〜問 2）のそれぞれの枠に当てはまる数字（0〜9）をマークせよ。

■問 1　$f(x)$ が極小値をとるときの x の値は $\boxed{ア}$ であり、

$$(f(x)\ \text{の極大値}) = \boxed{イ}$$

である。また、C と x 軸で囲まれる図形の面積は $\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ である。

■問 2　C 上の点 $\mathrm{A}(t, f(t))$ での接線を ℓ とし、ℓ と C の A 以外の共有点を $(s, f(s))$ とすると

$$s = \boxed{カ} - \boxed{キ}\,t$$

である。

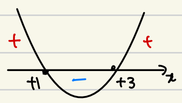
t が変化するとき、$0 < t < s$ であるのは $\boxed{ク} < t < \boxed{ケ}$ のときである。このとき、C の $x \leqq t$ の部分と ℓ と y 軸で囲まれた図形の面積を S とすると、

$$S = \boxed{コ}\,t^3 - \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\,t^4$$

である。

$\boxed{2}$

問1　$f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ より 下図から、$f(x)$ は $x=3$ で 極小値をとる。

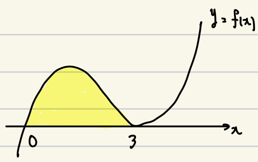


また、$f(x) = \int f'(x)\,dx = x^3 - 6x^2 + 9x + C$ （C 定数）であり、$f(3) = 0$ より

$f(3) = 27 - 54 + 27 + C = 0$ ∴ $C = 0$

よって $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x = x(x-3)^2$ より、$f(1) = 1 - 6 + 9 = 4$

さらに $y = f(x)$ は 以下のようになり、求める面積は、



$\frac{1}{12}$ 公式の利用。

$$\int_0^3 x(x-3)^2\,dx = \frac{1}{12} \times 3^4 = \frac{81}{12} = \frac{27}{4}$$

問2

ℓ : $y = (3t^2 - 12t + 9)(x - t) + t^3 - 6t^2 + 9t$

$= (3t^2 - 12t + 9)x + (-2t^3 + 6t^2)$

より、$x^3 - 6x^2 + 9x = (3t^2 - 12t + 9)x + (-2t^3 + 6t^2)$

∴ $x^3 - 6x^2 + (12t - 3t^2)x + (2t^3 - 6t^2) = 0$

$x=t$ で重解をもつ。

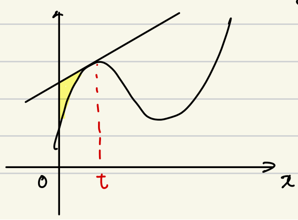
∴ $(x-t)^2(x + 2t - 6) = 0$

よって $s = -2t + 6 = 6 - 2t$ —①

ここで t が変化するとき、$0 < t < s$ であるのは ① より、

$$\begin{cases} 0 < t \\ t < 6 - 2t \end{cases}$$

∴ $0 < t < 2$ で このとき



$$S = \int_0^t -(x-t)^2(x-s)\,dx$$

$$= \int_0^t -(x-t)^2(x+2t-6)\,dx$$

$$= \int_0^t -(x-t)^2(x-t+3t-6)^2\,dx$$

$$= \int_0^t \{-(x-t)^3 - (3t-6)(x-t)^2\}\,dx$$

$$= \Big[-\frac{1}{4}(x-t)^4 - (t-2)(x-t)^3\Big]_0^t$$

$$= 2t^3 - \frac{3}{4}t^4$$

3

実数 x, y に関する 2 つの条件

$$P(x,y) : x + 2y - 12 \leqq 0 \quad \text{かつ} \quad 2x - y - 9 \leqq 0 \quad \text{かつ} \quad x \geqq 0 \quad \text{かつ} \quad y \geqq 0$$
$$Q(x,y) : (x-a)^2 + (y-b)^2 \leqq r^2$$

がある。ただし、a, b, r は実数の定数であり、$r \geqq 0$ とする。

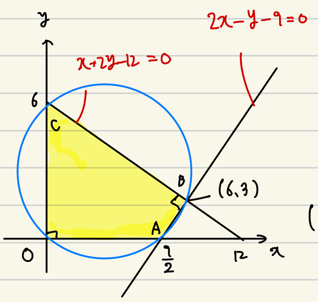
次の問い（問 1〜問 3）のうち、問 1 は結果のみを図示し、問 2 と問 3 は結果のみでなく説明をつけて答えよ。

■問 1　条件 $P(x,y)$ を満たす (x,y) 集合を xy 平面上の領域として図示せよ。

■問 2　命題「$P(x,y)$ ならば $Q(x,y)$」が真となる a, b, r を考える。r が最小値をとるときの a, b の値を求めよ。

■問 3　$b = 3,\ r = 1$ とする。命題「$Q(x,y)$ ならば $P(x,y)$」が真であるような a の値の範囲を求めよ。

3
問1



(境界含む)

問2

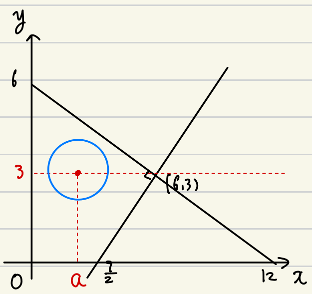
上図のそれぞれの点を A, B, C と名付ける。

P⇒Q となるとき. 2直線が直交していることに注意すると. 上のような円になるとき、r は最小となり、

このとき (a, b) は AB 中点であるので、

$$(a, b) = \left(\frac{7}{4}, 3\right)$$

問3



まず、$a<1$ のとき. 円が y 軸をまたぐので不適.

$a \geqq 1$ の下で. a が Max となるとき、

円と $x+2y-12=0$ が接するときより、このときの a は

$$1 = \frac{|a-6|}{\sqrt{1+2^2}} \quad \therefore |a-6| = \sqrt{5}. \quad \therefore a = 6-\sqrt{5}$$

よって、求める a の範囲は $1 \leqq a \leqq 6-\sqrt{5}$

$\boxed{4}$

寒冷地に棲む恒温動物は温暖地に棲む同類の別種より体が大きい傾向があり、発見者にちなみベルクマンの規則と呼ばれる。これは「体重あたりの表面積を小さくすることで体熱発散を抑くための適応」と説明されている。

ここで、クマの棲息緯度（北緯、これを x とする）と体重（kg、これを y とする）の関係について以下のデータをもとに解析しよう。

番号	動物種	x	y	x^2	y^2	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
1	マレーグマ	12	52	144	2704	-28	-138	3864
2	ツキノワグマ	36	88	1296	7744	-4	-102	408
3	ヒグマ	44	184	1936	33856	4	-6	-24
4	ホッキョクグマ	68	436	4624	190096	28	246	6888
合計		160	760	8000	234400	0	0	11136
平均値		40	190	2000	58600	0	0	2784

（$\bar{x}, \bar{y}$ はそれぞれの平均値）

次の問い（問 1〜問 2）には、結果のみでなく説明も付けて答えよ。

■問 1 棲息緯度と体重の相関係数を求めよ。

■問 2 棲息緯度を x 軸に、体重を y 軸にとり、両者の関係を表すのに最もよく当てはまる直線を $y=ax+b$ とする。ここで、「最もよく当てはまる」とは以下のことを指すものとする。

> x と y のデータの組 $(x_i, y_i)(i=1,2,\cdots,n)$ に対し、実際のデータと 関数 $y=ax+b$ から推測される値との差を残差と呼び、残差の 2 乗の総和を S とする。すなわち、
> $$S=\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))^2 \quad \cdots \quad (*)$$
> このとき、S が最小になるように a, b を定める。

(1) $(*)$ において a を固定して b を動かす場合、S が最小になるのは b が等式

$$\bar{y}=a\bar{x}+b$$

を満たすときであることを示せ。

(2) クマに関するデータで、x と y の関係を表すのに最もよく当てはまる直線を $y=ax+b$ とするとき、a, b の値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{4}$

問1 表を参照して、$\overline{x^2}=2000$，$\bar{x}=40$，$\overline{y^2}=58600$，$\bar{y}=190$ より。

分散を S_x、S_y，共分散を S_{xy} とすると、

$S_x^2=\overline{x^2}-(\bar{x})^2$

$$\begin{cases} S_x^2=\overline{x^2}-(\bar{x})^2=2000-40^2=400 & \therefore S_x=20 \\ S_y^2=\overline{y^2}-(\bar{y})^2=58600-36100=22500 & \therefore S_y=150 \end{cases} \quad -①$$

また、$S_{xy}=\dfrac{1}{4}\displaystyle\sum_{k=1}^{4}(x_k-\bar{x})(y_k-\bar{y})=2784$ $-②$ より。

相関係数 $=\dfrac{S_{xy}}{S_x\cdot S_y}$ より。

$$\frac{S_{xy}}{S_x\cdot S_y}=\frac{2784}{20\times150}=\frac{116}{125}\ /\!/$$

問2

(1) $S=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(y_k-ax_k-b)^2$

$$=\sum_{k=1}^{n}\Big\{\underbrace{(y_k-ax_k)^2}_{①}+\underbrace{b^2-2b(y_k-ax_k)}_{②}\Big\}$$

より、a を固定したとき、①は定数より、②の最小を考える。

$$② = \sum_{k=1}^{n} b^2-2by_k+2abx_k$$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k=n\bar{x}$

$$= nb^2-2bn\bar{y}+2abn\bar{x}$$
$$= n\left(b^2-2b(\bar{y}-a\bar{x})\right)$$
$$= n\left\{(b-(\bar{y}-a\bar{x}))^2-(\bar{y}-a\bar{x})^2\right\} \text{ より}$$

②が最小のとき、$b=\bar{y}-a\bar{x}$ $\therefore$ $\bar{y}=a\bar{x}+b$ // $-(*)$

(2) クマのデータについて S が最小のとき $(*)$ の下で S が最小となるような a を考える。

$$S=\sum_{k=1}^{4}(y_k^2-2ax_ky_k+a^2x_k^2)-4(\bar{y}-a\bar{x})^2 \quad \leftarrow \text{表を見て}$$

$$=234400+8000a^2-2a(12\times52+36\times88+44\times184+68\times436)$$
$$-4(40a-190)^2$$

$$=1600a^2-22272a+8200 \text{ が最小のとき}$$

$S'=3200a-22272=0$ $\therefore$ $a=\dfrac{174}{25}$ // のときであり、

$(*)$ より、

$$b=\bar{y}-a\bar{x}=190-\frac{174}{25}\times40=-\frac{442}{5}\ /\!/$$