ゴウカライズ

数学

2025

大学入試 解答速報

日本大学

生物資源科学部 獣医学科

(2025/02/20 第二期)

ゴウカライズ
オンライン大学受験絶対合格プロジェクト

$\boxed{1}$

(1) $x = \dfrac{1}{\sqrt{6}+2}$, $y = \dfrac{1}{\sqrt{6}-2}$ のとき、$x^2y + xy^2 = \dfrac{\sqrt{\boxed{1}}}{\boxed{2}}$ である。

(2) 2025 の正の約数を 1 つずつすべて並べたデータの中央値は $\boxed{3}\quad\boxed{4}$ である。

(3) ベクトル $\vec{a} = (t, 2t-1)$ の大きさが最も小さくなるのは $t = \dfrac{\boxed{5}}{\boxed{6}}$ のときである。

(4) 曲線 $y = 2x^2 - 3x + 4$ 上の点 $(2, 6)$ における接線の傾きは $\boxed{7}$ である。

$\boxed{2}$

(1) 大中小 3 個のさいころを同時に投げるとき、出る目の和が 7 になる確率は $\boxed{}$ である。

(2) 方程式 $\left(\sqrt[5]{5^{2x}}\right)^2 = 5\sqrt{25^x}$ の解は $x = -\boxed{11}$ である。

(3) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。方程式 $\cos 2\theta + 3\sqrt{3}\cos\theta - 5 = 0$ を満たす θ の値は $\boxed{12}$ である。

解答群:

① 0,　② $\dfrac{\pi}{6}$,　③ $\dfrac{\pi}{4}$,　④ $\dfrac{\pi}{3}$,　⑤ $\dfrac{\pi}{2}$,　⑥ $\dfrac{2\pi}{3}$,　⑦ $\dfrac{3\pi}{4}$,　⑧ $\dfrac{5\pi}{6}$,　⑨ π

(4) x, y は実数とする。条件「$x + y > 0$」は条件「$x^2 + y^2 - 2x - 2y < 0$」であるための $\boxed{13}$.

解答群:

① 必要条件であるが十分条件ではない

② 十分条件であるが必要条件ではない

③ 必要十分条件である

④ 必要条件でも十分条件でもない

$\boxed{3}$

第 10 項が 65、初項から第 10 項までの和が 335 の等差数列がある。次の問いに答えなさい。

(1) この数列の初項は $\boxed{14}$ であり、公差は $\boxed{15}$ である。

(2) この数列の初項から第 15 項までのうち、3 で割って 2 余る項のすべての和は $\boxed{16}$ $\boxed{17}$ $\boxed{18}$ である。

(3) この数列の初項から第 100 項までのうち、3 で割って 2 余る項のすべての和は $\boxed{19}$ $\boxed{20}$ $\boxed{21}$ $\boxed{22}$ $\boxed{23}$ である。

$\boxed{4}$

3 つの関数

$$f(x)=\frac{3}{8}x^2,\quad g(x)=\left|f(x)-\frac{3}{8}\right|,\quad h(x)=\left|g(x)-\frac{3}{8}\right|$$

がある。座標平面において、曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=\frac{3}{8}$ で囲まれた部分の面積を S_1、曲線 $y=g(x)$ と直線 $y=\frac{3}{8}$ で囲まれた 2 つの部分の面積の和を S_2、曲線 $y=h(x)$ と直線 $y=\frac{3}{8}$ で囲まれた 3 つの部分の面積の和を S_3 とする。次の問いに答えなさい。

(1) $S_1=\dfrac{\boxed{24}}{\boxed{25}}$

(2) $S_2=\sqrt{\boxed{26}}-\boxed{27}$

(3) $S_3=\boxed{}$

$\boxed{5}$

1 辺の長さが 1 の正四面体 ABCD において、辺 BC の中点を M、線分 BM 上の点を P、辺 CD の中点を N、線分 CN 上の点を Q、線分 MN と線分 PQ の交点を R とする。$\mathrm{BP} = \mathrm{CQ}$ であるとき、次の問いに答えなさい。

(1) $\cos \angle\mathrm{MAN} = \dfrac{\boxed{34}}{\boxed{35}}$

(2) $\cos \angle\mathrm{PAQ} = \dfrac{229}{326}$ のとき、$\mathrm{BP} = \dfrac{\boxed{36}}{\boxed{37}\,\boxed{38}}$ である。

(3) x, y, z を実数とする。(2) のとき、$\overrightarrow{\mathrm{AR}} = x\overrightarrow{\mathrm{AB}} + y\overrightarrow{\mathrm{AC}} + z\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ とおくと、

$$x = \frac{\boxed{39}\,\boxed{40}}{\boxed{41}\,\boxed{42}}, \quad y = \frac{\boxed{43}}{\boxed{44}}$$

である。

$\boxed{1}$

(1) $x = \dfrac{1}{\sqrt{6}+2},\ y = \dfrac{1}{\sqrt{6}-2}$ のとき、$x^2y + xy^2 = \dfrac{\sqrt{\boxed{1}}}{\boxed{2}}$ である。

(2) 2025 の正の約数を 1 つずつすべて並べたデータの中央値は $\boxed{3}\ \boxed{4}$ である。

(3) ベクトル $\vec{a} = (t, 2t-1)$ の大きさが最も小さくなるのは $t = \dfrac{\boxed{5}}{\boxed{6}}$ のときである。

(4) 曲線 $y = 2x^2 - 3x + 4$ 上の点 $(2, 6)$ における接線の傾きは $\boxed{7}$ である。

(1) $x^2y + xy^2$

$= xy(x+y)$

$= \dfrac{1}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)}\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}+2} + \dfrac{1}{\sqrt{6}-2}\right)$

$= \dfrac{1}{2}\left\{\dfrac{(\sqrt{6}-2)+(\sqrt{6}+2)}{2}\right\} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

(2) $2025 = 45^2 = 3^4 \cdot 5^2$

正の約数は $5 \times 3 = 15$ で 15つなので
中央値は 8つ目となる。正の約数は順に
1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45 … となる。 ∴ 45

別解
$a^2\ (a>0)$ の正の約数の中央値は
a になることが分かれば、45^2 と分かった
時点で 45 と答えを出すことができる。

(3) $t^2 + (2t-1)^2$

$= t^2 + 4t^2 - 4t + 1$

$= 5t^2 - 4t + 1$

$= 5\left(t - \frac{2}{5}\right)^2 - \frac{4}{5}$　　∴ $\frac{2}{5}$

(4) $y' = 4x - 3$　より $x = 2$ を代入して

$y' = 8 - 3 = 5$　　∴ 5

接線の傾き
$f(x)$ 上の点 (a, b) の
接線の傾きは $f'(a)$

2

(1) 大中小 3 個のさいころを同時に投げるとき、出る目の和が 7 になる確率は $\boxed{}$ である。

(2) 方程式 $\left(\sqrt[5]{5^{2x}}\right)^2 = 5\sqrt{25^x}$ の解は $x = -\boxed{11}$ である。

(3) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。方程式 $\cos 2\theta + 3\sqrt{3}\cos\theta - 5 = 0$ を満たす θ の値は $\boxed{12}$ である。

解答群:

① 0,　② $\frac{\pi}{6}$,　③ $\frac{\pi}{4}$,　④ $\frac{\pi}{3}$,　⑤ $\frac{\pi}{2}$,　⑥ $\frac{2\pi}{3}$,　⑦ $\frac{3\pi}{4}$,　⑧ $\frac{5\pi}{6}$,　⑨ π

(4) x, y は実数とする。条件「$x+y>0$」は条件「$x^2+y^2-2x-2y<0$」であるための $\boxed{13}$.

解答群:

① 必要条件であるが十分条件ではない

② 十分条件であるが必要条件ではない

③ 必要十分条件である

④ 必要条件でも十分条件でもない

(1) 考えられる組み合わせは $6^3 = 21$

出る目の和が7になるのは.

$(1.1.5)(1.2.4).(1.3.3).(2.2.3)$ の 4通り.

$(1.1.5).(1.3.3)(2.2.3)$ はそれぞれ.

$\frac{3!}{2!} = 3$ で 3通りずつ.

$(1.2.4)$ は $3! = 6$ で 6通り.

よって考えられるのは. $3 \cdot 3 + 6 = 15$ で 15通り

ゆえに. $\frac{15}{216} = \frac{5}{72}$　$\therefore \frac{5}{72}$

(2) $\left(\sqrt[5]{5^{2x}}\right)^2 = 5^{\frac{4}{5}x}$, $5\sqrt{25^x} = 5^{x+1}$

よって $5^{\frac{4}{5}x} = 5^{x+1}$ を解けばよい。

底5で対数をとると

$\frac{4}{5}x = x+1$ となる。

これを解くと $x = -5$ となる。　$\therefore -5$

(3) $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ より

$\cos 2\theta + 3\sqrt{3}\cos\theta - 5 = 2\cos^2\theta + 3\sqrt{3}\cos\theta - 6 = 0$

$2\cos^2\theta + 3\sqrt{3}\cos\theta - 6$

$= (2\cos\theta - \sqrt{3})(\cos\theta + 2\sqrt{3}) = 0$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, -2\sqrt{3}$　$|\cos\theta| \leqq 1$ より $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

よって $\theta = \frac{1}{6}\pi$ $(\because 0 \leqq \theta \leqq \pi)$　$\therefore$ ②

(4) $x+y>0 \rightarrow x^2+y^2-2x-2y<0$ について,

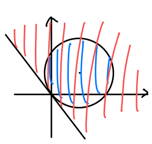
$x=0.\ y=3$ のとき. $x^2+y^2-2x-2y = 3 > 0$ となり

反例があるので, 成り立たない。

$x^2+y^2-2x-2y<0 \rightarrow x+y>0$ について

$x^2+y^2-2x-2y = (x-2)^2+(y-2)^2-2$ となり.

$(x-1)^2+(y-1)^2<2$ と条件を書きかえられる。



左の図のように. 中心 (1.1) 半径 $\sqrt{2}$ の円

と. $y=-x$ の直線を考える。円の内部 (青)

と $x+y>0$ (赤) を考えると.

青→赤が成り立つのでこの条件は成立する。

よって. ①

3

第 10 項が 65、初項から第 10 項までの和が 335 の等差数列がある。次の問いに答えなさい。

(1) この数列の初項は $\boxed{14}$ であり、公差は $\boxed{15}$ である。

(2) この数列の初項から第 15 項までのうち、3 で割って 2 余る項のすべての和は $\boxed{16}$ $\boxed{17}$ $\boxed{18}$ である。

(3) この数列の初項から第 100 項までのうち、3 で割って 2 余る項のすべての和は $\boxed{19}$ $\boxed{20}$ $\boxed{21}$ $\boxed{22}$ $\boxed{23}$ である。

(1) 求めたい等差数列を $a_n = b + c(n-1)$ とおく。

第10項は $a_{10} = b + 9c = 65$ …①

第10項までの和は. $\sum_{k=1}^{10}(b + ck) = 10b + 45c = 335$ …②

① × 5 と ② を比べると.

$$\begin{array}{rl} 5b + 45c &= 325 \\ -)\ 10b + 45c &= 335 \\ \hline -5b &= -10 \end{array}$$

よって $b = 2$.

① に代入して $c = 7$

ゆえに $a_n = 7n - 5$

以上より. 初項 2. 公差 7

(2) n を $3m-2$. $3m-1$. $3m$ と分けて考える。($m \in \mathbb{N}$)

i) $n = 3m - 2$ のとき

$7n - 5 = 21m - 19 \equiv 2 \pmod 3$

ii) $n = 3m - 1$ のとき

$7n - 5 = 21m - 12 \equiv 0 \pmod 3$

iii) $n = 3m$ のとき

$7n - 5 = 21m + 5 \equiv 2 \pmod 3$

よって条件を満たすのは. $n = 3m - 2$ のときなので.

$b_m = 21m - 19$ とおき. これを考える。

$n = 15$ を考えると b_m の初項から第5項までの和を考えればいいので. $\frac{1}{2} \cdot 5(2 + 86) = 220$ $\therefore 220$

(3) $n = 100$ と考えると. b_m の初項から第34項までの和を考えればよい。

$\frac{1}{2} \cdot 34(2 + 21 \cdot 34 - 19) = 17 \cdot 697 = 11849$

$\therefore 11849$

point

等差数列 $a_n = b + cn$ の初項から第 d 項までの和は. $\frac{1}{2}d(a_1 + a_d)$ で求まる

$\boxed{4}$

3 つの関数

$$f(x) = \frac{3}{8}x^2, \quad g(x) = \left| f(x) - \frac{3}{8} \right|, \quad h(x) = \left| g(x) - \frac{3}{8} \right|$$

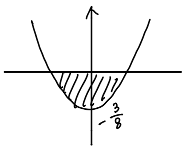
がある。座標平面において、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = \frac{3}{8}$ で囲まれた部分の面積を S_1、曲線 $y = g(x)$ と直線 $y = \frac{3}{8}$ で囲まれた 2 つの部分の面積の和を S_2、曲線 $y = h(x)$ と直線 $y = \frac{3}{8}$ で囲まれた 3 つの部分の面積の和を S_3 とする。次の問いに答えなさい。

(1) $S_1 = \dfrac{\boxed{24}}{\boxed{25}}$

(2) $S_2 = \sqrt{\boxed{26}} - \boxed{27}$

(3) $S_3 = \boxed{}$

(1) $f(x) = \frac{3}{8}$ を満たすのは $x = \pm 1$



左図のように y 軸方向に $-\frac{3}{8}$ ずらして考えると、

$\int_{-1}^{1} \left(\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{8} \right) dx$

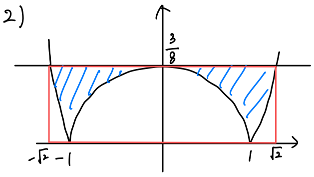
$= \frac{3}{8} \int_{-1}^{1} (x-1)(x+1)\, dx$

$\frac{1}{6}$ 公式より、$\frac{3}{8}\left(-\frac{1}{6}\right)(-1-1)^3 = \frac{1}{2}$ $\quad \therefore S_1 = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{6}$ 公式

$$\boxed{\int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)(x-\beta)\, dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3}$$

(2)



求めたいのは青線の部分。
赤枠から余分な部分を取り除いて考える。

$\left| \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{8} \right| = \frac{3}{8}$ より $x = \pm\sqrt{2}$

$-1 \leqq x \leqq 1$ は、$2 \times \frac{3}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ …①

$-\sqrt{2} \leqq x < -1$, $1 < x \leqq \sqrt{2}$ は、

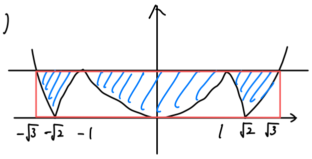
$2\left[\left\{ \frac{3}{8}(\sqrt{2}-1) \right\} - \int_{1}^{\sqrt{2}} g(x)\, dx \right] = \frac{3}{4}(\sqrt{2}-1) - \frac{3}{4}\int_{1}^{\sqrt{2}} (x^2 - 1)\, dx$

$= \frac{3}{4}(\sqrt{2}-1) - \frac{3}{4}\left[\frac{1}{3}x^3 - x \right]_{1}^{\sqrt{2}}$

$= \frac{3}{4}(\sqrt{2}-1) - \frac{3}{4}\left\{ \left(\frac{2}{3}\sqrt{2} - \sqrt{2} \right) + \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \right\} = \sqrt{2} - \frac{5}{4}$ …②

$S_2 =$ ① $+$ ② より $S_2 = \sqrt{2} - 1$

(3)



(2) と同様に考える。

$\left| \left| \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{8} \right| - \frac{3}{8} \right| = \frac{3}{8}$ より $x = \pm\sqrt{3}$

$-\sqrt{2} \leqq x \leqq -\sqrt{2}$ は $\frac{3}{8} \cdot 2\sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = 1 - \frac{1}{4}\sqrt{2}$ …③

$-\sqrt{3} \leqq x < -\sqrt{2}$, $\sqrt{2} < x \leqq \sqrt{3}$ は

$2\left[\left\{ \frac{3}{8}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \right\} - \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} h(x)\, dx \right]$

$= \frac{3}{4}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{3}{4}\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} (x^2 - 2)\, dx$

$= \frac{3}{4}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{3}{4}\left[\frac{1}{3}x^3 - 2x \right]_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}$

$= \frac{3}{4}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \frac{3}{4}\left\{ (\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) - \left(\frac{2}{3}\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \right) \right\}$

$= \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{7}{4}\sqrt{2}$ …④

$S_3 =$ ③ $+$ ④ より $S_3 = \frac{3}{2}\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 1$

$\boxed{5}$

1 辺の長さが 1 の正四面体 ABCD において、辺 BC の中点を M、線分 BM 上の点を P、辺 CD の中点を N、線分 CN 上の点を Q、線分 MN と線分 PQ の交点を R とする。BP = CQ であるとき、次の問いに答えなさい。

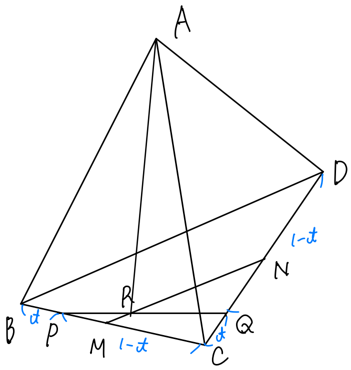
(1) $\cos\angle\mathrm{MAN} = \dfrac{\boxed{34}}{\boxed{35}}$

(2) $\cos\angle\mathrm{PAQ} = \dfrac{229}{326}$ のとき、$\mathrm{BP} = \dfrac{\boxed{36}}{\boxed{37}\,\boxed{38}}$ である。

(3) x, y, z を実数とする。(2) のとき、$\overrightarrow{\mathrm{AR}} = x\overrightarrow{\mathrm{AB}} + y\overrightarrow{\mathrm{AC}} + z\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ とおくと、

$$x = \frac{\boxed{39}\,\boxed{40}}{\boxed{41}\,\boxed{42}}, \quad y = \frac{\boxed{43}}{\boxed{44}}$$

である。



(1) $AM = AN = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$MN = \frac{1}{2}$

余弦定理より

$\cos\angle MAN$

$= \dfrac{AM^2 + AN^2 - MN^2}{2AM \cdot AN}$

$= \frac{5}{6}$

$\therefore \cos\angle MAN = \frac{5}{6}$

(2) $\triangle ABC \equiv \triangle ACD$. $BP = CQ$ より $AP = AQ$

$BP = t$ とおくと,

$\triangle ABP$ について. 余弦定理より.

$AP^2 = 1 + t^2 - 2t\cos 60^\circ = t^2 - t + 1$

$\triangle CPQ$ について. 余弦定理より.

$PQ^2 = t^2 + (1-t)^2 - 2t(1-t)\cos 60^\circ = 3t^2 - 3t + 1$

$\triangle APQ$ について. 余弦定理より.

$\cos\angle PAQ = \dfrac{AP^2 + AQ^2 - PQ^2}{2 \cdot AP \cdot AQ}$ なので.

$\cos\angle PAQ = \dfrac{2(t^2 - t + 1) - 3t^2 + 3t - 1}{2(t^2 - t + 1)^2}$

$= \dfrac{-t^2 + t + 1}{2(t^2 - t + 1)} = \dfrac{229}{326}$

$163(-t^2 + t + 1) = 229(t^2 - t + 1)$

$392t^2 - 392t + 66 = 0$

$392\left(t - \frac{3}{14}\right)\left(t - \frac{11}{14}\right) = 0$ $\quad t = \frac{3}{14}, \frac{11}{14}$

$0 < t < \frac{1}{2}$ より $\quad t = \frac{3}{14}$ $\quad$ よって $BP = \frac{3}{14}$

(3) メネラウスの定理より.

$\dfrac{RM}{NR} \times \dfrac{PC}{MP} \times \dfrac{QN}{CQ} = \dfrac{RM}{NR} \times \dfrac{11}{4} \times \dfrac{4}{3}$ よって

$\overrightarrow{CR} = \overrightarrow{CM} + \frac{3}{14}\overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CR} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} + \frac{3}{14}\overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \left\{\left(\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\right) - \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}\right)\right.$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})$

$\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) + \frac{3}{14}\left\{\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})\right\}$

$= \frac{11}{28}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{28}\overrightarrow{AD}$

よって $x = \frac{11}{28}$, $y = \frac{1}{2}$