2025 年度大学入学共通テスト 数学 IA 解答

大北あきや (ゴウカライズ代表講師)

2025 年 1 月 19 日

目次

第1問

[1]

講評

ケのみすこし考える問だが、他は易しい。

$$(2a+4b-2)x^2+(5a+11)x-b-8=0 \qquad ①$$

(1)

$a=1$ とすると、①の左辺は

$$(4x^2-1)b+16x-8 \qquad ②$$

である。これを因数分解すると、

$$(2x-1)(\underset{ア}{\mathbf{2}}\ bx+b+\underset{イ}{\mathbf{8}}\ )$$

となる (bx^2 と定数項のみに注目することで簡単に処理できる)。

したがって、$x=\dfrac{1}{2}$ は①の解の一つである。

(2)

$b=2$ とする。

(i)

①は

$$(2a+6)x^2+(5a+11)x-10=(\underset{ウ}{\mathbf{2}}\ x+\underset{エ}{\mathbf{5}}\ )\Big((a+\underset{オ}{\mathbf{3}}\ )x-\underset{カ}{\mathbf{2}}\ \Big)=0$$

となる。(マークの形を見ることで因数分解は容易である)

(ii)

$a=2\sqrt{2}$ のとき、上の式より

$$x=-\frac{5}{2} \qquad \text{または} \qquad (3+2\sqrt{2})x-2=0$$

となる。したがって、

$$x=\frac{2}{3+2\sqrt{2}}=\underset{キ}{\mathbf{6}}-\underset{ク}{\mathbf{4}}\sqrt{2}$$

(iii)

$a=-3$ であることは、①の解が $x=-\dfrac{5}{2}$ だけであるための $\underset{ケ}{\textbf{十分条件}}$ である。

実際、$a\neq-3$ のとき、(i) より ①の解は

$$x=-\frac{5}{2},\ \frac{2}{a+3}$$

である。これらが等しくなる条件は

$$\frac{2}{a+3}=-\frac{5}{2} \qquad (1.3.1)$$

である。すなわち、

$$a=\frac{19}{5}\ (\neq -3)\text{のときも} \quad x=-\frac{5}{2}\ \text{のみが解となる}$$

とわかる。したがって、必要条件ではない。(十分条件であることは直ちにわかる)

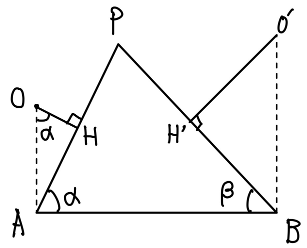
なお、ここで a の具体的な値を求めなくてもよい。(1.3.1) の解は存在し、それが -3 ではないことは明らかだからである。

[2]

講評

　やることはシンプルだが、流れに乗れなければやや難しい。

(1)



$$\mathrm{AH} = \mathrm{OA}\sin\alpha = \underset{\text{コ}}{\mathbf{2}}\ \sin\alpha$$

であるから、

$$\mathrm{PA} = 2\mathrm{AH} = \underset{\text{サ}}{\mathbf{4}}\ \sin\alpha \qquad ①$$

同様に、

$$\mathrm{PB} = 2\mathrm{BH}' = \underset{\text{シ}}{\mathbf{8}}\ \sin\beta \qquad ②$$

　△PAB の外接円の半径を R_1 とおくと、正弦定理により

$$\frac{\mathrm{PA}}{\sin\underset{\text{ス}}{\beta}} = \frac{\mathrm{PB}}{\sin\underset{\text{セ}}{\alpha}} = 2R_1 \qquad (2.2.1)$$

であるから、

$$\mathrm{PA}\sin\alpha = \mathrm{PB}\sin\beta$$

ここに、(①)、(②) を代入すると、

$$4\sin^2\alpha = 8\sin^2\beta$$

となるから、

$$\sin\alpha = \underset{\text{ソ}}{\mathbf{\sqrt{2}}}\ \sin\beta \quad (\because\ \sin\alpha > 0, \sin\beta > 0)$$

である。したがって、

$$\mathrm{PB} = \sqrt{2}\mathrm{PA}$$

となることがわかる。この式と (2.2.1) より、

$$\frac{\sqrt{2}\mathrm{PA}}{\sin\alpha} = 2R_1$$

である。(①) より、

$$4\sqrt{2} = 2R_1$$

$$\therefore\ R_1 = \underset{\text{タチ}}{\mathbf{2\sqrt{2}}}$$

(2)

モノマネ誘導である。図のように $\mathrm{H}_1, \alpha_1, \beta_1$ を設定する。すると、

$$\begin{aligned}&\mathrm{AH}_1 = \mathrm{OA}\sin\alpha_1 = 2\sin\alpha_1\\&\mathrm{QA} = 4\sin\alpha_1\\&\mathrm{QB} = 8\sin\beta_1\end{aligned}$$

を得る。

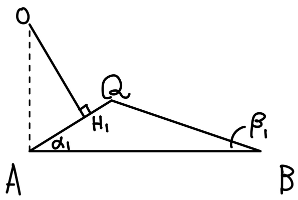
後は (1) と同様の流れで (モノマネ誘導)

$$R_1 \underset{\text{ツ}}{=} R_2$$

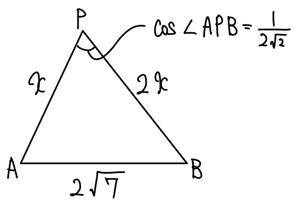
を得る。$R_1 = R_2$ であることと、$\triangle\mathrm{PAB}, \triangle\mathrm{QAB}$ で AB が共通であることにより、正弦定理から

$$\sin\angle\mathrm{APB} \underset{\text{テ}}{=} \sin\angle\mathrm{AQB}$$

を得る。



(3)



$\triangle\mathrm{PAB}$ に正弦定理を適用して

$$2\times 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{7}}{\sin\angle\mathrm{APB}} \qquad \therefore \sin\angle\mathrm{APB} = \underset{\text{トナニ}}{\boldsymbol{\frac{\sqrt{14}}{4}}}$$

である。ゆえに

$$\cos\angle PAB = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{14}}{4}\right)^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

である。(1) より、$\mathrm{PB} = \sqrt{2}\mathrm{PA}$ であるから、$\mathrm{PA} = x$ とおくと、$\triangle\mathrm{PAB}$ に余弦定理を適用して

$$\begin{aligned}&(2\sqrt{7})^2 = x^2 + 2x^2 - 2\sqrt{2}x^2\frac{1}{2\sqrt{2}}\\&\therefore\ x = \underset{\text{ヌネ}}{\boldsymbol{\sqrt{14}}}\end{aligned}$$

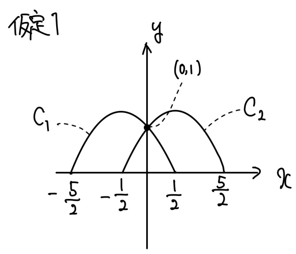
第2問

[1]

講評

二次関数の決定問題である。バスケットの問題が出た 2023 年に近いが、その年より易しい。

(1)



$x=0$ での値を考えることで、$c=\underset{\text{ア}}{\mathbf{1}}$ である。

仮定 1 で与えられた情報から、C_1 をグラフに持つ二次関数は

$$y=a\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

と書ける。C_1 は $(x,y)=(0,1)$ を通るので、

$$1=-\frac{5}{4}a \quad \therefore\ a=-\frac{4}{5}$$

したがって、

$$\begin{aligned} y&=-\frac{4}{5}\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) \\ &=-\frac{4}{5}\left(x^2+2x-\frac{5}{2}\right) \\ &=-\underset{\text{イウ}}{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}}x^2-\underset{\text{エオ}}{\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{5}}}x+1 \\ &=-\frac{4}{5}(x+1)^2+\underset{\text{カキ}}{\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{5}}} \end{aligned}$$

である。

同様にして、仮定 2 で与えられた情報から、C_2 をグラフに持つ二次関数はある実数 b を用いて

$$y=b\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)$$

と書ける。C_2 は C_1 の頂点 $\left(-1,\frac{9}{5}\right)$ を通るので、

$$\frac{9}{5}=-\frac{5}{4}b \quad \therefore\ b=-\frac{36}{25}$$

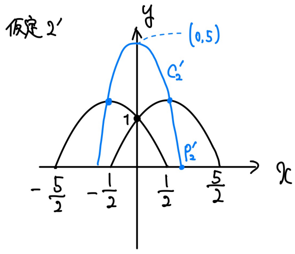
である。ゆえに、C_2 の頂点は

$$-\frac{36}{25}\times\left(-\frac{9}{4}\right)=\underset{\text{クケコサ}}{\frac{\mathbf{81}}{\mathbf{25}}}$$

である。したがって、大きな噴水の高さは小さな噴水の高さのおよそ $\underset{\text{シ}}{\mathbf{2}}$ 倍である。

(2)

大きな噴水についての仮定 2 が 2' に置き換わる問題である。



C_2' をグラフに持つ二次関数は、ある実数 p, q を用いて

$$y = p(x+q)(x-q) = px^2 - pq^2$$

と書ける。C_2' は $(0,5)$ を通るので、

$$pq^2 = -5$$

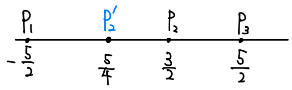
また、C_1 の頂点 $\left(-1, \frac{9}{5}\right)$ を通るので、

$$p - pq^2 = \frac{9}{5}$$

である。よって、

$$p = -\frac{16}{5},\ q = \frac{5}{4}$$

である。したがって、P_2' は P_2 より $\underset{\text{スセ}}{\boldsymbol{\frac{1}{4}}}$ だけ $\underset{\text{ソ}}{\mathrm{P}_1}$ の方に近い。



[2]

(1)

(a), (b)ともに正しい 。
タ

表 1 のデータにおいて、四分位範囲は

$$1251 - 351 = \underset{\text{チ}}{\mathbf{900}}$$

となる。

次に、日本人宿泊者数で外れ値となる値を計算する。

$$\text{第 1 四分位数} - 1.5 \times \text{四分位範囲} = 351 - 1.5 \times 900 = -999$$
$$\text{第 3 四分位数} + 1.5 \times \text{四分位範囲} = 1251 + 1.5 \times 900 = 2601$$

であるから、外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の両方で外れ値となる都道府県の数は $\underset{\text{ツ}}{\mathbf{3}}$ である。

(2)

$$\begin{aligned} &\frac{1}{47}\sum_{i=1}^{47}(x_i - \overline{x} + y_i - \overline{y})^2 \\ =& \frac{1}{47}\sum_{i=1}^{47}\left((x_i-\overline{x})^2 + 2(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y}) + (y_i-\overline{y})^2\right) \\ =& \underset{\text{テ}}{\mathbf{S_x^2 + S_y^2 + 2S_{xy}}} \end{aligned}$$

である。

また、

$$\underset{\text{ト}}{\mathbf{S_z^2 > S_x^2 + S_y^2}}$$

である。

(3)

$\underset{\text{ナニ}}{4.3\%}$ である。また、ヌは $\underset{\text{ヌ}}{\textbf{0: 誤っていると判断する}}$ 、ネは $\underset{\text{ネ}}{\textbf{0：多いといえる}}$ が正しい。

第3問

講評

セだけやや難しいが、その前までは解答に使う定理なども指定されており、かなり易しい。

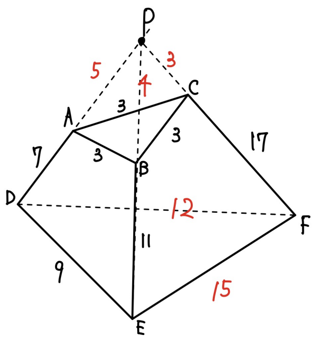


図 1　最終的に求められる長さを全て記入した図

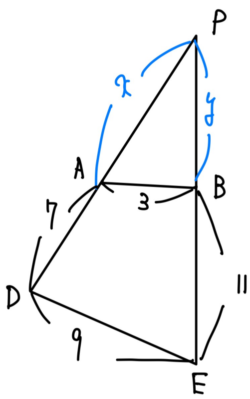
(1)

直線 AD は平面 ABED と $\underset{\text{ア}}{\textbf{平面 DEF}}$ の交線である。

直線 BE は平面 ABED と $\underset{\text{イ}}{\textbf{平面 ACFD}}$ の交線である。

(2)

(i)



△PAB と △PED の相似比は

$$3 : 9 = \underset{\text{ウ}}{\mathbf{1 : 3}}$$

である。したがって、

$$3\mathrm{PA} = \mathrm{PB} + \mathrm{BE} = \mathrm{PB} + \underset{\text{エオ}}{\mathbf{11}}$$
$$3\mathrm{PB} = \mathrm{PA} + \mathrm{AD} = \mathrm{PA} + \underset{\text{カ}}{\mathbf{7}}$$

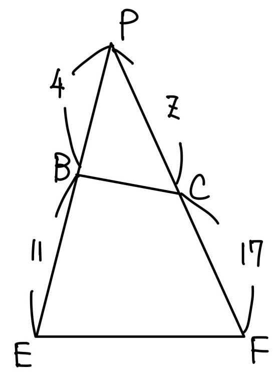
が成り立つ。よって、$\mathrm{PA} = x, \mathrm{PB} = y$ とおくと、

$$\begin{cases} 3x = y + 11 \\ 3y = x + 7 \end{cases}$$

である。これを解くと、

$$x = \underset{\text{キ}}{\mathbf{5}}\ ,\ y = \underset{\text{ク}}{\mathbf{4}}$$

(ii)



PC $= z$ とおくと、方べきの定理により

$$4 \times 15 = z(z+17) \qquad \therefore\ z = \underset{\text{ケ}}{\mathbf{3}}$$

である。

△PBC と △PFE は相似であり (モノマネ誘導)、その相似比は

$$4 : (z+17) = 4 : 20 = 1 : 5$$

である。よって、

$$\mathrm{EF} = 3 \times 5 = \underset{\text{コサ}}{\mathbf{15}}$$

である。同様に、△PAC と △PFD は相似であり、その相似比は

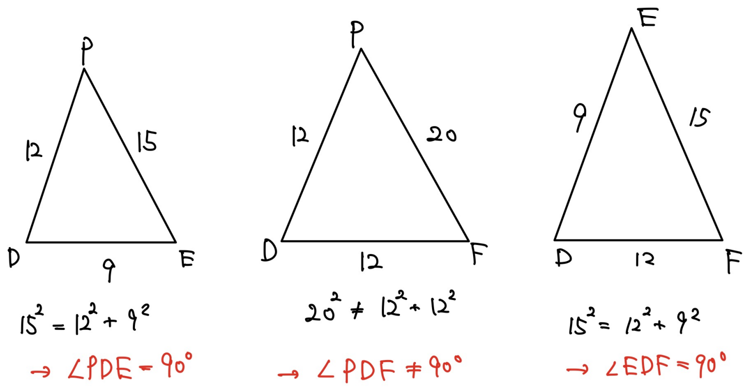
$$5 : 20 = 1 : 4$$

である。よって、

$$\mathrm{DF} = 3 \times 4 = \underset{\text{シス}}{\mathbf{12}}$$

(iii)

図から得られる角度の情報により、命題の真偽の組み合わせとして正しいのは、 $\underset{\text{セ}}{\mathbf{4}}$ であるとわかる。



第4問

講評

妥当かどうかの判断はミスしやすいが、極めて易しい問題である。

(1)

1 回目または 2 回目に当たりが出る確率は

$$\frac{3}{16}+\frac{1}{8}=\underset{\text{アイウ}}{\frac{5}{16}}$$

である。このことから、1 回目、2 回目ともに当たりが出ない確率は

$$1-\frac{5}{16}=\underset{\text{エオカキ}}{\frac{11}{16}}$$

であることがわかる。1 回も当たりが出ない確率は

$$\frac{11}{16}-\frac{1}{16}=\underset{\text{クケ}}{\frac{5}{8}}$$

(2)

(i)

数量 X の期待値は

$$1200\times\frac{3}{8}=\underset{\text{コサシ}}{450}$$

である。

(ii)

数量 X の期待値は参加料の金額 500 円 **未満**(ス) である。

したがって、主催者は参加料 500 円という設定について **妥当である**(セ) と判断する。

(3)

(i)

170	340	510	計
$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{16}$	1

数量 Y の期待値は

$$a\left(\frac{3}{16}+\frac{2}{16}\times 2+\frac{11}{16}\times 3\right)=a\times\frac{40}{16}=170\times\frac{40}{16}=\underset{\text{ソタチ}}{425}$$

(ii)

(2) で求めた X 円の期待値 450 円は $a=170$ と設定した場合の**支払い方法 2** で参加者が支払う参加料 Y 円の期待値 425 円 **以上である**(ツ) 。

したがって、主催者はくじ引き量 170 円という設定について $\underset{\text{テ}}{\textbf{妥当ではない}}$ と判断する。(主催者目線であることに注意)

数量 Y の期待値は $\dfrac{5}{2}a$ なので、

$$\frac{5}{2}a > 450 \qquad \therefore\ a > \underset{\text{トナニ}}{\mathbf{180}}$$

のときに主催者はくじ引き料の設定が妥当であると判断する。