1

（1） 2024 の約数の中で 1 番大きいものは 2024 だが，6 番目に大きいものは $\boxed{\text{（ア）}}$ である。2024 の 6 乗根に最も近い自然数は $\boxed{\text{（イ）}}$ である。

（2） 関数 $f(x)$ は実数全体で定義されており，$x \leqq 2$ において

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3}x \leqq f(x) \leqq 2 - x$$

を満たしているものとする。数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+1} = a_n + f(a_n)$$

を満たしているものとする。 $a_{n+1} = a_n + f(a_n) > a_n$

（i） $a_1 \leqq 2$ ならば，すべての自然数 n に対して $a_1 \leqq a_n \leqq 2$ となることを証明しなさい。

（ii） $a_1 \leqq 2$ ならば，a_1 の値によらず $\lim_{n\to\infty} a_n = 2$ となることを証明しなさい。

(1) $2024 = 2^3 \times 11 \times 23$

正の約数は小さい順に，1, 2, 4, 8, 11, 22

よって，6番目に大きい約数は $2024 \div 22 = 92$ …(ア)

［3と4の間にあることはすぐに分かるので，3.5より大きいか小さいかを調べればよい］

$3^6 = 729$，$4^6 = 4096$ より，2024の6乗根は3と4の間にある．

$3.5^6 = 1838.\cdots$ より，2024の6乗根は3.5より大きい．

したがって，最も近い自然数は 4 …(イ)

(2)(i) 帰納法を用いて，すべての自然数 n に対して

$$a_1 \leqq a_n \leqq 2 \quad \cdots (*)$$

であることを示す．

(ア) $n=1$ のとき 問題文の仮定より $(*)$ は成り立つ．

(イ) $n=k$ のとき $(*)$ は成り立つと仮定する．

$a_{k+1} = a_k + f(a_k)$，$\frac{2}{3} - \frac{1}{3}a_k \leqq f(a_k) \leqq 2 - a_k$ より，（$\because a_k \leqq 2$）

$$a_k + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}a_k \leqq a_{k+1} \leqq a_k + 2 - a_k$$

$$\therefore \quad \frac{2}{3}(1+a_k) \leqq a_{k+1} \leqq 2 \quad \cdots ①$$

さらに，

$$\frac{2}{3}(1+a_k) - a_1 = \frac{1}{3}(2-a_k) + a_k - a_1 \geqq 0$$

（$\because$ 帰納法の仮定より $2-a_k \geqq 0$，$a_k - a_1 \geqq 0$）

であることから，

$$a_1 \leqq \frac{2}{3}(1+a_k) \leqq a_{k+1}$$

である．したがって，$n=k+1$ のときも $(*)$ は成り立つ．

(ア)，(イ) より，すべての自然数 n に対して $(*)$ は成り立つ．□

(ii) $a_1 \leqq 2$ より，$a_n \leqq 2$ だから，① より，

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3}a_{n-1} - 2 \leqq a_n - 2 \leqq 0$$

$$\begin{aligned} 0 \leqq 2 - a_n &\leqq \frac{2}{3}(2 - a_{n-1}) \\ &\leqq \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}(2 - a_{n-2}) \\ &\cdots \\ &\leqq \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}(2 - a_1) \end{aligned}$$

である．

$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}(2-a_1) = 0$ より，はさみうちの原理から，

$$\lim_{n\to\infty}(2 - a_n) = 0$$

すなわち

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 2$$

である．□

2

3つのタイプのコインがある。タイプⅠは，両面にHが書かれている。タイプⅡは，両面にTが書かれている。タイプⅢは，片面にH，もう片面にTが書かれている。袋の中にタイプⅠのコインが1枚，タイプⅡのコインが2枚，タイプⅢのコインが3枚入っている。袋の中からコインを1枚取り出す。

（1） 取り出したコインを投げたとき，Hが出る確率は $\boxed{（ウ）}$ である。

（2） 取り出したコインを投げてHが出たという条件の下で，そのコインがタイプⅢである条件付き確率は $\boxed{（エ）}$ である。

（3） 取り出したコインを2回投げたときに2回ともTが出たという条件の下で，そのコインがタイプⅡである条件付き確率は $\boxed{（オ）}$ である。

（4） 取り出したコインを2回投げたとき，その結果からコインのタイプが分かる確率は $\boxed{（カ）}$ である。

（5） n を2以上の自然数とする。取り出したコインを n 回投げたとき，その結果からコインのタイプが分からない確率は $\boxed{（キ）}$ である。

Ⅰ　H/H　×1

Ⅱ　T/T　×2

Ⅲ　H/T　×3

(1)
$$\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{Ⅰのコインを取り出す確率}} \times \underbrace{1}_{\text{Hが出る確率}} + \underbrace{\frac{3}{6}}_{\text{Ⅲのコインを取り出す確率}} \times \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{Hが出る確率}} = \frac{5}{12}$$

(2)
$$\frac{\left(\text{Ⅲのコインを取り出してHが出る確率}\right)}{\left(\text{Hが出る確率}\right)} = \frac{\frac{3}{6}\times\frac{1}{2}}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{5}$$

(3)
$$\frac{\left(\text{Ⅱのコインを取り出して2回ともTが出る確率}\right)}{\left(\text{取り出したコインを2回投げたとき2回ともTが出る確率}\right)}$$
$$= \frac{\left(\text{Ⅱのコインを取り出す確率}\right)\times\left(\text{2回ともTが出る確率}\right)}{\left(\text{Ⅱのコインを取り出す確率}\right)\times\left(\text{2回ともTが出る確率}\right) + \left(\text{Ⅲのコインを取り出す確率}\right)\times\left(\text{2回ともTが出る確率}\right)}$$
$$= \frac{\frac{2}{6}\times1\times1}{\frac{2}{6}\times1\times1 + \frac{3}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}} = \frac{\frac{8}{24}}{\frac{8+3}{24}} = \frac{8}{11}$$

(4) コインのタイプが分かるのは，Ⅲを取り出して，HとTが両方出るときのみである。
2回ともHが出たときは，ⅠなのかⅢなのか分からない。

コインのタイプが分かるのは，Ⅲを取り出して，HとTが両方出るときのみであり，その確率は，

$$\underbrace{\frac{3}{6}}_{\text{Ⅲを取り出す確率}} \times \left\{1 - \underbrace{\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times2}_{\text{2回ともHが出る確率と2回ともTが出る確率}}\right\} = \frac{1}{4}$$

(5) コインのタイプが分からないのは，Hが出続ける場合かTが出続ける場合であり，その確率は

$$\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{Ⅰを取り出す確率}} + \underbrace{\frac{2}{6}}_{\text{Ⅱを取り出す確率}} + \underbrace{\frac{3}{6}\times\left(\frac{1}{2}\right)^n\times2}_{\text{Ⅲを取り出してHが出続けるまたはTが出続ける確率}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^n}$$

3

連続関数 $f(x)$ は $f(x)>0$ を満たし，$1\leqq x\leqq 3$ で単調に減少するものとする。a を実数とし，S を

$$S=\int_1^3 |f(x)-ax|\,dx$$

と定める。

（1） $I=\int_1^3 f(x)\,dx$ と定める。I と a を用いて S を表すと，$a\leqq \frac{f(3)}{3}$ のとき $S=$ $\boxed{（ク）}$ となり，$a\geqq f(1)$ のとき $S=-$ $\boxed{（ク）}$ となる。

（2） a が $\frac{f(3)}{3}<a<f(1)$ を満たしているとき，$1<x<3$ の範囲で方程式 $f(x)-ax=0$ は解をただ1つ持つことを証明しなさい。

（3） a は $\frac{f(3)}{3}<a<f(1)$ を満たしているとする。$1<x<3$ の範囲にある方程式 $f(x)-ax=0$ の解を $x=t$ とおく。このとき，a を関数 $f(x)$ と実数 t を用いて表すと $a=$ $\boxed{（ケ）}$ となる。また，関数 $F(x)=\int_1^x f(s)\,ds$ と，t に関する分数式 $q(t)=$ $\boxed{（コ）}$ を用いて，$S=2F(t)-F(3)+q(t)f(t)$ と表される。

（4） $F(x)$ を（3）で定めた関数，t_0 を $1<t_0<3$ を満たす実数とする。$1\leqq x\leqq 3$ を満たすすべての実数 x に対し $F(x)-F(t_0)\geqq (x-t_0)f(x)$ が成り立つことを証明しなさい。

（5） $p(x)$ を $1\leqq x\leqq 3$ で $p''(x)>0$ を満たす分数関数とし，t_0 を $1<t_0<3$ を満たす実数とする。$p(t_0)=0$ かつ $p'(t_0)=$ $\boxed{（サ）}$ ならば，$1\leqq x\leqq 3$ を満たすすべての実数 x に対し $2(x-t_0)f(x)+p(x)f(x)\geqq 0$ が成り立つ。

（6） $a=$ $\boxed{（シ）}$ のときに，S は最小になる。

(1) $a\leqq\frac{f(3)}{3}$ のとき，$1\leqq x\leqq 3$ で $f(x)-ax\geqq 0$ ゆえ

$$S=\int_1^3\{f(x)-ax\}dx=\int_1^3 f(x)dx-a\left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^3$$

$$=I-4a \qquad \cdots(ク)$$

(2) $g(x)=f(x)-ax$ とおく.

$a>\frac{f(3)}{3}>0$ より $-ax$ は単調減少ゆえ $g(x)$ は単調減少.

$g(1)=f(1)-a>f(1)-f(1)=0$, $g(3)=f(3)-3a<f(3)-f(3)=0$

より, 中間値の定理から, $g(x)=0$ は $1<x<3$ の範囲で解をただ1つもつ.

(3) $f(t)-at=0$ より $a=\frac{f(t)}{t}$ $\cdots$(ケ) $(\because t\neq 0)$

$$S=\int_1^t\{f(x)-ax\}dx+\underbrace{\int_t^3\{-f(x)+ax\}dx}_{=\int_3^t\{f(t)-ax\}dx}$$

$$=\int_1^t f(x)dx-a\int_1^t x\,dx+\int_1^t f(x)dx-\int_1^3 f(x)dx-a\int_3^t x\,dx$$

$$=2F(t)-F(3)-a\left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^t-a\left[\frac{1}{2}x^2\right]_3^t$$

$$=2F(t)-F(3)+a(5-t^2)$$

$$=2F(t)-F(3)+\underbrace{\frac{5-t^2}{t}}_{(コ)}f(t)$$

(4) 式の形から, 平均値の定理を連想する. $x=t_0$ の場合は使えないので場合分け.

(ア) $x=t_0$ のとき

$F(t_0)-F(t_0)\geqq(t_0-t_0)f(t_0)$ は常に成り立つ

(イ) $x\neq t_0$ のとき

平均値の定理より

$$\frac{F(x)-F(t_0)}{x-t_0}=F'(c)$$

なる c が, x と t_0 の間に存在する.

(Ⅰ) $x>t_0$ のとき

$$\frac{F(x)-F(t_0)}{x-t_0}=F'(c)=f(c)\geqq f(x) \quad (\because f(x)\text{は単調減少})$$

$x-t_0>0$ より, $F(x)-F(t_0)\geqq(x-t_0)f(x)$

(Ⅱ) $x<t_0$ のとき

$$\frac{F(x)-F(t_0)}{x-t_0}=F'(c)=f(c)\leqq f(x) \quad (\because f(x)\text{は単調減少})$$

$x-t_0<0$ より, $F(x)-F(t_0)\geqq(x-t_0)f(x)$

以上より, $1\leqq x\leqq 3$ をみたすすべての実数 x に対して

$F(x)-F(t_0)\geqq(x-t_0)f(x)$ である. □

(5) $f(x)\{2x-2t_0+p(x)\}\geqq 0$, $f(x)\geqq 0$ より $2x-2t_0+p(x)$ が $1\leqq x\leqq 3$ で常に0以上であることを言えばよい. $p(x)$ は微分できるので, 増減を着実に調べていけばよい.

$h(x)=2(x-t_0)+p(x)$ とおく.

$h'(x)=2+p'(x)$, $h''(x)=p''(x)$

$p''(x)>0$ に注意すると, $h'(x)$, $h(x)$ の増減は以下のようになる.

x	1	$\cdots$	t_0	$\cdots$	3
$h''(x)$		+		+	
$h'(x)$		−	0	+	
$h(x)$		↘	0	↗	

よって, $h'(t_0)=0$ となれば, $h(x)$ は $x=t_0$ で最小となり $h(x)\geqq 0$ となる. したがって,

$$p'(t_0)=-2 \qquad \cdots(サ)$$

となればよい.

(6) (4)より $F(t) \geqq F(t_0) + (t-t_0)f(t)$

(5)より $2(t-t_0)f(t) \geqq -p(t)f(t)$

これらを用いて(3)の式を評価していく。

(3), (4)より

$$S \geqq 2\{F(t_0) + (t-t_0)f(t)\} - F(3) + g(t)f(t)$$

さらに, $p(x) = g(x)$, $t_0 = \sqrt{5}$ として(5)を用いると,

($p(x) = \dfrac{5-t^2}{t}$, $p(\sqrt{5}) = 0$, $p'(\sqrt{5}) = -2$ より (5)の仮定をみたす.)

$$S \geqq 2F(\sqrt{5}) - p(t)f(t) - F(3) + g(t)f(t)$$

$$= 2F(\sqrt{5}) - F(3)$$

が成り立つ. (4), (5)の不等式で等号が成立するのは $t = t_0$ のときで, このとき

$$a = \frac{f(t_0)}{t_0} = \frac{f(\sqrt{5})}{\sqrt{5}} \qquad \cdots (シ)$$

である。

4

平行六面体 OAGB－CDEF において，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおき，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，$\vec{a}\cdot\vec{c}=-1$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=0$ とする。

（1） 三角形 OAB の面積は $\boxed{（ス）}$ である。頂点 C から 3 点 O，A，B を通る平面に垂線を下ろし，この平面との交点を H とすると，$\overrightarrow{CH}=\boxed{（セ）}\,\vec{a}+\boxed{（ソ）}\,\vec{b}-\vec{c}$ である。四面体 OABC の体積は $\boxed{（タ）}$ である。

辺 OA を $t:1-t$ に内分する点を I，辺 OB の中点を J，辺 BF の中点を K とする。ただし，$0<t<1$ とする。

（2） $\overrightarrow{JI}\cdot\overrightarrow{JK}=\boxed{（チ）}$ であり，三角形 IJK の面積は $\boxed{（ツ）}$ である。

（3） 3 点 I，J，K を通る平面が辺 DE と共有点を持つのは，$\boxed{（テ）}\leqq t<1$ のときである。

4.(1) $|\triangle OAB|=\frac{1}{2}\sqrt{1^2\cdot 2^2-1^2}=\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ (ス)

H は 3 点 O, A, B を通る平面上にあるので，

$\overrightarrow{OH}=k\vec{a}+l\vec{b}$ とおけ，これより $\overrightarrow{CH}=k\vec{a}+l\vec{b}-\vec{c}$ で

$\overrightarrow{CH}\cdot\vec{a}=\overrightarrow{CH}\cdot\vec{b}=0$ であるから，

$$\begin{cases}(k\vec{a}+l\vec{b}-\vec{c})\cdot\vec{a}=k+l+1=0\\(k\vec{a}+l\vec{b}-\vec{c})\cdot\vec{b}=k+4l=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-\frac{4}{3}\\l=\frac{1}{3}\end{cases}$$

$\therefore\ \overrightarrow{CH}=\underline{-\frac{4}{3}}_{(セ)}\vec{a}+\underline{\frac{1}{3}}_{(ソ)}\vec{b}-\vec{c}$

$|\overrightarrow{CH}|^2=\frac{16}{9}|\vec{a}|^2+\frac{1}{9}|\vec{b}|^2+|\vec{c}|^2-\frac{8}{9}\vec{a}\cdot\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{b}\cdot\vec{c}+\frac{8}{3}\vec{c}\cdot\vec{a}=\frac{24}{9}$

$\therefore\ |\overrightarrow{CH}|=\frac{2\sqrt{6}}{3}$　∴ 求める体積は $\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2\sqrt{6}}{3}=\underline{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ (タ)

(2) $\overrightarrow{OI}=t\vec{a}$，$\overrightarrow{OJ}=\frac{1}{2}\vec{b}$，$\overrightarrow{OK}=\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$

$\overrightarrow{JI}=t\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$，$\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$

$\overrightarrow{JI}\cdot\overrightarrow{JK}=(t\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b})\cdot(\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c})=\underline{-1}$ (チ)

$|\overrightarrow{JI}|^2=t^2|\vec{a}|^2-t\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{4}|\vec{b}|^2=t^2-t+1$，$|\overrightarrow{JK}|^2=\frac{1}{4}|\vec{b}|^2+\frac{1}{4}|\vec{c}|^2=2$

$|\triangle IJK|=\frac{1}{2}\sqrt{2(t^2-t+1)-(-1)^2}=\underline{\frac{1}{2}\sqrt{2t^2-2t+1}}$ (ツ)

(3) 3 点 I, J, K を通る平面上の点は，実数 p, q を用いて

$\overrightarrow{OJ}+p\overrightarrow{JI}+q\overrightarrow{JK}=pt\vec{a}+\frac{1}{2}(1-p+q)\vec{b}+\frac{q}{2}\vec{c}$ －①

と表せる．

また辺 DE 上の点は，0 以上 1 以下の実数 r を用いて

$\overrightarrow{OD}+r\overrightarrow{DE}=\vec{a}+r\vec{b}+\vec{c}$ －② と表せる．

［★ベクトルの 1 次独立性

空間内の点の $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いた表し方は 1 通り］

①, ② より 3 点 I, J, K を通る平面と辺 DE が共有点を持つとき，$\begin{cases}pt=1\\\frac{1}{2}(1-p+q)=r\\\frac{q}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}r=\frac{3}{2}-\frac{1}{2t}\\p=3-2r\\q=2\end{cases}$ に解 (p, q, r) が存在．

そのような t の条件は，$0\leq r\leq 1$ より $0\leq\frac{3}{2}-\frac{1}{2t}\leq 1\Leftrightarrow\underline{\frac{1}{3}}\leq t<1$ (テ)

5

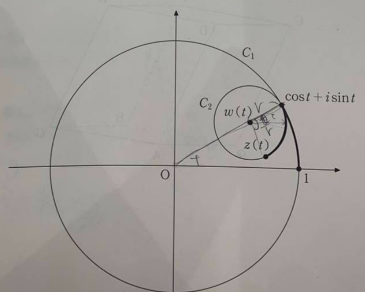
複素数平面上で，原点Oを中心とする半径1の円 C_1，および C_1 に内接する半径 r $(0<r<1)$ の円 C_2 を考える。C_2 上に点Pを固定し，Pの位置を表す複素数が1になるように C_2 を配置する。時刻 $t=0$ から C_2 を C_1 に沿ってすべることなく回転させる。ただし，C_1 と C_2 の接点は C_1 上を反時計回りに速さ1で移動するものとする。すなわち時刻 $t \geqq 0$ における C_1 と C_2 の接点を表す複素数は $\cos t + i\sin t$ である。

(1)　Pが C_1 上に位置するような時刻 $t>0$ で最小のものは $t=$ $\boxed{\text{(ト)}}$ である。

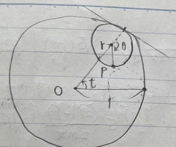
(2)　時刻 $t \geqq 0$ における C_2 の中心を表す複素数を $w(t)$，Pの位置を表す複素数を $z(t)$ とすると，$w(t)=$ $\boxed{\text{(ナ)}}$，$z(t)=w(t)+$ $\boxed{\text{(ニ)}}$ である。

(3)　時刻0から時刻 $\boxed{\text{(ト)}}$ の間にPが動く道のりは $\boxed{\text{(ヌ)}}$ である。

(4)　時刻0から時刻 $t>0$ の間にPが動く道のりを $l(t)$ とすると，$\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{l(t)}{t}=$ $\boxed{\text{(ネ)}}$ である。



5.



(1) θ を上のように取る. 求めるtは $\theta = 2\pi$ のときで,
ゆえに, $t = r\theta = \underline{2\pi r}$ (ト)

(2) $w(t) = \underline{(1-r)\cos t + i(1-r)\sin t}$ (ナ)

$z(t) = w(t) + r\cos(t-\theta) + ir\sin\left(\frac{r-1}{r}t\right)$

$= w(t) + \underline{r\cos\left(\frac{r-1}{r}t\right) + ir\sin\left(\frac{r-1}{r}t\right)}$ (ニ)

(3) $z(t) = \begin{pmatrix} (1-r)\cos t + r\cos\left(\frac{r-1}{r}t\right) \\ (1-r)\sin t + r\sin\left(\frac{r-1}{r}t\right) \end{pmatrix}$ (成分表示)

$$l(T) = \int_0^T \sqrt{\left((r-1)\sin t - (r-1)\sin\left(\frac{r-1}{r}t\right)\right)^2 + \left((1-r)\cos t + (r-1)\cos\left(\frac{r-1}{r}t\right)\right)^2}\, dt$$

$$= \int_0^T \sqrt{2(1-r)^2 - 2(1-r)^2\left(\cos t\cos\frac{r-1}{r}t + \sin t\sin\frac{r-1}{r}t\right)}\, dt$$

$$= \sqrt{2}(1-r)\int_0^T \sqrt{1-\cos\frac{t}{r}}\, dt$$

いま, 求めるのは $l(2\pi r)$ だから, $\frac{t}{r} = \theta$ とおくと, $dt = r\,d\theta$ で,

$$l(2\pi r) = \sqrt{2}(1-r)\int_0^{2\pi}\sqrt{1-\cos\theta}\cdot r\,d\theta$$

$$= \sqrt{2}r(1-r)\int_0^{2\pi}\sqrt{1-\cos\theta}\, d\theta = \underline{8r(1-r)} \text{ (ヌ)}$$

[＊曲線の長さ
$x=f(t)$, $y=g(t)$ $(\alpha \leq t \leq \beta)$ により表される曲線の長さは $\displaystyle\int_\alpha^\beta \sqrt{f'(t)^2 + g'(t)^2}\, dt$]

(4) $t = r\theta$ の置換により,

$$\frac{l(t)}{t} = \frac{\sqrt{2}r(1-r)}{r\theta}\int_0^\theta \sqrt{1-\cos x}\, dx = \frac{\sqrt{2}(1-r)}{\theta}\int_0^\theta \sqrt{1-\cos x}\, dx$$

$\theta = 2m\pi + \varepsilon$ $(0 \leq \varepsilon < 2\pi)$ とおくと, $t\to\infty$ のとき $m\to\infty$ で,

$$\frac{\sqrt{2}(1-r)}{2(m+1)\pi}\int_0^{2m\pi}\sqrt{1-\cos x}\, dx \leq \frac{l(t)}{t} \leq \frac{\sqrt{2}(1-r)}{2m\pi}\int_0^{2(m+1)\pi}\sqrt{1-\cos x}\, dx$$

$$\frac{\sqrt{2}(1-r)}{2(m+1)\pi} \times 4m\sqrt{2} \leq \frac{l(t)}{t} \leq \frac{\sqrt{2}(1-r)}{2m\pi} \times 4(m+1)\sqrt{2}$$

$$(1-r)\times\frac{4}{\left(1+\frac{1}{m}\right)\pi} \leq \frac{l(t)}{t} \leq (1-r)\times\frac{4\left(1+\frac{1}{m}\right)}{\pi}$$

$\to \frac{4(1-r)}{\pi}$ $(m\to\infty)$　　　$\to \frac{4(1-r)}{\pi}$ $(m\to\infty)$

∴ 以上より $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{l(t)}{t} = \underline{\frac{4(1-r)}{\pi}}$ (ネ)

[＊はさみうちの原理
定積分値は積分区間, 被積分関数に注目して評価]